
TD 19 - FONCTIONS À PLUSIEURS VARIABLES

1. Etudier l'existence et la valeur éventuelle d'une limite en $(0; 0)$ pour les fonctions suivantes, définies sur un ouvert U de \mathbb{R}^2 :

a. $f(x; y) = \frac{xy}{x^2 + xy + y^2}$

b. $f(x, y) = \frac{\sin x \operatorname{sh} y}{xy}$

c. $f(x, y) = \frac{x^2}{x + y}$

d. $f(x, y) = \frac{e^{xy} - 1}{e^x - 1}$

e. $f(x, y) = \frac{x^3 y^4}{x^8 + y^6}$

f. $f(x, y) = \frac{xy^4}{x^4 + y^6}$

2. Etudier la continuité en $(0; 0)$ ainsi que l'existence et la continuité des dérivées partielles première en $(0; 0)$ pour les fonctions de deux variables réelles suivantes :

a. $f(x; y) = xy \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$, $f(0, 0) = 0$

b. $f(x, y) = \frac{x^3 y^4}{x^4 + y^6}$, $f(0, 0) = 0$

c. $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2 - xy}$, $f(0, 0) = 0$

3. Déterminer les extrema locaux des applications f suivantes, définies sur \mathbb{R}^2 :

a. $f(x, y) = x^3 + y^3$

b. $f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 2x^3$

c. $f(x, y) = x^2 + xy - y^3$

d. $f(x, y) = 5x^5 + 10x^3 y + 9xy^2 + 3y^2$