

TD 18 - SÉRIES ENTIÈRES

1. Déterminer le rayon de convergence des séries entières suivantes :

1.
$$\sum_{n \geq 0} \frac{n^2 + 1}{3^n} z^n$$

2.
$$\sum_{n \geq 0} 2^{(-1)^n} z^n$$

3.
$$\sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{n}} \right)^n z^n$$

4.
$$\sum_{n \geq 0} e^{-n^2} z^n$$

5.
$$\sum_{n \geq 0} n! z^n$$

6.
$$\sum_{n \geq 1} \ln \left(\frac{n+1}{n} \right) z^n$$

7.
$$\sum_{n \geq 0} e^{\sin n} z^n$$

8.
$$\sum_{n \geq 0} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}) z^n$$

9.
$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^n + n^2}{3^n - n^2} z^n$$

2. Déterminer le rayon de convergence et expliciter la somme des séries entières suivantes ($z \in \mathbb{C}, x \in \mathbb{R}$) :

1.
$$\sum_{n \geq 0} (2^n + 3^n) z^n$$

2.
$$\sum_{n \geq 0} \operatorname{sh} n z^n$$

3.
$$\sum_{n \geq 0} \frac{n-1}{n!} z^n$$

4.
$$\sum_{n \geq 2} \frac{n}{n^2 - 1} x^n$$