

T.D. 13 : Applications linéaires

1. Les applications suivantes sont-elles des applications linéaires ?

Si oui, en donner la matrice dans les bases canoniques, puis déterminer l'image et le noyau.

i) $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / f_1(x; y; z) = (2x; x + y; 2x - 3z)$.

ii) $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / f_2(x; y) = (x + y; x - y; xy)$.

iii) $f_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 / f_3(x; y; z) = (x + y; z)$.

iv) $f_4 : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X] / f_4(P) = P(0)X^0 + P(1)X + P(2)X^2$

v) $f_5 : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X] / f_5(P) = P(0)X^0 + P(1)X + P(2)X^2$.

2. Pour chacune des matrices ci-dessous, expliciter l'application linéaire canoniquement associée, puis en déterminer l'image et le noyau.

i) $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

ii) $M_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

iii) $M_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$