T.D. 3 : Nombres complexes

1. Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants :

i) $z = (2 - 3i)(1 + 2i)(3 - 2i)(2 + i)$

ii) $z = \dfrac{(1+i)(2i+1)}{(3-i)(2i-1)}$

iii) $z = \dfrac{1+ki}{2k+\left(k^2-1\right)i}$ où $k \in \mathbb{R}$

iv) $Z = \dfrac{2+\bar{z}}{1-\bar{z}}$ où $z \in \mathbb{C}$

2. Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

i) $z = -1 + i\sqrt{3}$

ii) $z = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}$

iii) $z = 1 + \cos\phi + i\sin\phi$ où $\phi \in \left]-\pi\,;\pi\right[$

iv) $z = \dfrac{1+i\tan\varphi}{1-i\tan\varphi}$, où $\varphi \in [-\pi;\pi] \setminus \left\{\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

3. Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$z_1 = 1-\sqrt{3}i;\quad z_2 = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3}i;\quad z_3 = z_1+3z_2;\quad z_4 = {z_1}^2{z_2}^2;\quad z_5 = \dfrac{z_1}{z_3};\quad z_6 = \dfrac{\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i}{\sqrt{3}+1+\left(\sqrt{3}-1\right)i}$

4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

i) $z^3 - 6z^2 + 13z - 10 = 0$

ii) $z^4 + 4z^2 + 16 = 0$