# T.D. 2: Résolution d'inéquations CORRECTION

Résoudre les inéquations suivantes :

i) $\left|x-1\right|\leq 2$ Solution : $x\in\left[-1;3\right]$

Méthode 1 :

i) $\Leftrightarrow -2\leq x-1\leq 2\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3\Leftrightarrow x\in\left[-1;3\right]$

Méthode 2 :

i) $\Leftrightarrow \left(x-1\right)^2\leq 4\Leftrightarrow x^2-2x-3\leq 0\Leftrightarrow x\in\left[-1;3\right]$

ii) $\left|x^2+3x+2\right|\leq 2$ Solution : $x\in\left[-3;0\right]$

ii) $\Leftrightarrow\left(-2\leq x^2+3x+2\leq 2\right)\Leftrightarrow\left(\left(0\leq x^2+3x+4\right)\wedge\left(x^2+3x\leq 0\right)\right)\Leftrightarrow x\in\left[-3;0\right]$

iii) $\left|2x+3\right|<\left|4-x\right|$ Solution : $x\in\left]-7;\frac{1}{3}\right[$

Méthode 1 :

iii) $\Leftrightarrow\left(2x+3\right)^2<\left(4-x\right)^2\Leftrightarrow 3x^2+20x-7<0\Leftrightarrow x\in\left]-7;\frac{1}{3}\right[$

Méthode 2 :

iii) $\Leftrightarrow\left(\left(-\frac{3}{2}\leq x\leq 4\right)\wedge\left(2x+3<4-x\right)\right)\vee\left(\left(-\frac{3}{2}\geq x\right)\wedge\left(-\left(2x+3\right)<\left(4-x\right)\right)\right)\vee\left(\left(x\geq 4\right)\wedge\left(\left(2x+3\right)<-\left(4-x\right)\right)\right)$

$\Leftrightarrow\left(x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{3}\right[\right)\vee\left(x\in\left]-7;-\frac{3}{2}\right]\right)$

iv) $\sqrt{-x^2+2x+3}>2x-1$ Solution : $x\in\left[-1;\frac{3+\sqrt{19}}{5}\right[$

Pour que l'inéquation soit définie, il faut $-x^2+2x+3\geq 0\Leftrightarrow x\in\left[-1;3\right]$

iv) $\Leftrightarrow\left(\left(-1\leq x\leq 3\right)\wedge\left(x<\frac{1}{2}\right)\wedge\left(\sqrt{-x^2+2x+3}>2x-1\right)\right)$

$\vee\left(\left(-1\leq x\leq 3\right)\wedge\left(x\geq\frac{1}{2}\right)\wedge\left(-x^2+2x+3>\left(2x-1\right)^2\right)\right)$

$\Leftrightarrow\left(-1\leq x<\frac{1}{2}\right)\vee\left(\left(\frac{1}{2}\leq x\leq 3\right)\wedge\left(5x^2-6x-2<0\right)\right)\Leftrightarrow\left(-1\leq x<\frac{1}{2}\right)\vee\left(\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{3+\sqrt{19}}{5}\right)$

$\Leftrightarrow -1\leq x\leq\frac{3+\sqrt{19}}{5}$

T.S.V.P.

v) $x+1\le\sqrt{2-x}$ **Solution** : $x\in\left]-\infty;\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\right]$

Pour que l'inéquation soit définie, il faut $x\in]-\infty;2]$

v) $\Leftrightarrow\left((x\le 2)\wedge(x\le -1)\wedge\left(x+1\le\sqrt{2-x}\right)\right)\vee\left((x\le 2)\wedge(x>-1)\wedge\left((x+1)^2\le 2-x\right)\right)$

$\Leftrightarrow(x\le -1)\vee\left(-1<x\le\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)\Leftrightarrow\left(x\le\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)$

vi) $\sqrt{x^2+2x-3}\le x$ Solution : $x\in\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$

Pour que l'inéquation soit définie, il faut $x^2+2x-3\ge 0\Leftrightarrow x\in]-\infty;-3]\cup[1;+\infty[$

iv) $\Leftrightarrow\underbrace{\left((x\le -3)\wedge\left(\sqrt{x^2+2x-3}\le x\right)\right)}_{\text{assertion fausse}}\vee\left((1\le x)\wedge\left(x^2+2x-3\le x^2\right)\right)\Leftrightarrow\left(1\le x\le\dfrac{3}{2}\right)$