

---

## DEVOIR MAISON 5 - RÉOLUTION D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Le but de ce problème est de résoudre l'équation différentielle :

$$\sin(x)y'' + \cos(x)y' + 2\sin(x)y = 0 \quad (E_1)$$

On note  $I_0 = \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ .

1. Montrer que :

$$\forall x \in I_0, \quad \frac{1}{\cos^2(x)\sin(x)} = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} + \frac{\cos \frac{x}{2}}{2\sin \frac{x}{2}} + \frac{\sin \frac{x}{2}}{2\cos \frac{x}{2}}$$

2. Résoudre dans  $I_0$  l'équation différentielle :

$$\cos(x)\sin(x)y' + (\cos^2(x) - 2\sin^2(x))y = 0 \quad (E_2)$$

3. Montrer que  $\varphi : x \mapsto \cos(x)$  est solution de  $(E_1)$ .

4. On pose  $y = z\varphi$ .

Montrer que  $y$  est solution de  $(E_1)$  sur  $I_0$  si, et seulement si  $z'$  est solution de  $(E_2)$  sur  $I_0$ .

5. En déduire les solutions de  $(E_1)$  sur  $I_0$ .

6. Donner les solutions de  $(E_1)$  sur  $\mathbb{R}$ .