
DEVOIR MAISON 13 - APPLICATIONS LINÉAIRES

Soient E un espace vectoriel de dimension 3, $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ une base de E , m un réel et $f_m \in \mathcal{L}(E)$ dont la matrice dans la base \mathcal{B} est :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & m & m \\ m & \frac{1}{3} & m \\ m & m & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les valeurs du paramètre m pour que f_m soit bijective.

2. On suppose que $m = 1$, et on note $f = f_1$.
 - a. Déterminer les réels λ tels que $g_\lambda = f - \lambda \text{Id}_E$ ne soit pas bijective.
 - b. Pour chacune de ces valeurs λ , déterminer $\text{Ker}(g_\lambda)$.
 - c. Déterminer une base \mathcal{B}' de E telle que la matrice de f dans \mathcal{B}' soit diagonale.