CB n°4 - Fonctions circulaires réciproques - Sujet 1

1. Question de cours :

Préciser pour quelles valeurs de $x \in \mathbb{R}^*$, on a $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$, et démontrer ce résultat.

2. Calculer :

a. $\operatorname{Arccos}\left(-\frac{1}{2}\right)$ **b.** $\operatorname{Arcsin}\left(\sin\left(-\frac{6\pi}{5}\right)\right)$ **c.** $\operatorname{Arccos}\left(\cos\left(-\frac{8\pi}{5}\right)\right)$ **d.** $\operatorname{Arcsin}\left(\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right)\right)$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\operatorname{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arctan}(2x)$$

4. Tracer la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \operatorname{Arccos}(\sin(x))$. On précisera la méthode.

5. Soit f la fonction définie par $f(x) = \operatorname{Arcsin}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

a. Donner le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f, puis la dériver.

b. En déduire une expression simplifiée de $f(x)$ pour x dans le domaine de définition de f.

c. Retrouver le résultat précédent en posant $x = \tan(\theta)$, avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

CB n°4 - Fonctions circulaires réciproques - Sujet 2

1. Question de cours :

Préciser pour quelles valeurs de $x \in \mathbb{R}^*$, on a $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{\pi}{2}$, et démontrer ce résultat.

2. Calculer :

a. $\operatorname{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right)$ **b.** $\operatorname{Arccos}\left(\cos\left(\frac{16\pi}{5}\right)\right)$ **c.** $\operatorname{Arcsin}\left(\sin\left(-\frac{6\pi}{5}\right)\right)$ **d.** $\operatorname{Arccos}\left(\sin\left(\frac{8\pi}{5}\right)\right)$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\operatorname{Arcsin}(x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arctan}(\sqrt{2}x)$$

4. Tracer la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \operatorname{Arcsin}(\cos(x))$. On précisera la méthode.

5. Soit f la fonction définie par $f(x) = \operatorname{Arccos}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$.

a. Donner le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f, puis la dériver.

b. En déduire une expression simplifiée de $f(x)$ pour x dans le domaine de définition de f.

c. Retrouver le résultat précédent en posant $x = \tan(\theta)$, avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.