CB n°2 - Calcul algébrique - Trigonométrie - Sujet 1

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ x + 7y - 5z = 1 \end{cases}$$

2. q désigne un réel différent de 1 et n un entier naturel non nul.

a. Montrer que $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=i}^{n} q^k = \sum_{k=1}^{n} kq^k$.

b. En déduire $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} kq^k$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. En remarquant que pour $k \in \mathbb{N}, k = (k+1) - 1$, calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k \cdot k!$.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. $\cos(2x) - \sin(x) = 0$

b. $\cos(x) - \sin(x) = 1$

c. $\cos(x) \geq \dfrac{1}{2}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a. $\sqrt{x^2 + x - 6} < x - 1$

b. $|x^2 + x| \leq 2$

c. $\dfrac{2x+1}{m-1} \leq mx$ où m désigne un paramètre réel différent de 1.

CB n°2 - Calcul algébrique -Trigonométrie - Sujet 2

1. Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ x - 4y + z = -1 \end{cases}$$

2. q désigne un réel différent de 1 et n un entier naturel non nul.

a. En remarquant que pour $k \in \mathbb{N}^*, k = \sum_{i=1}^{k} 1$, montrer que $\sum_{k=0}^{n} kq^k = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=i}^{n} q^k$.

b. En déduire $\sum_{k=0}^{n} kq^k$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. En remarquant que pour $k \in \mathbb{N}, k = (k+1) - 1$, calculer $\sum_{k=0}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. $\cos(2x) - \sin(2x) = 0$

b. $\cos(2x) + \sin(x) = 1$

c. $\sin(x) \geq \frac{1}{2}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a. $1 + 3x < \sqrt{-2x^2 + x + 1}$

b. $|2x^2 + 3x - 1| \leq 1$

c. $\frac{2x+1}{m+1} \leq mx$ où m désigne un paramètre réel différent de -1.