

CB N°5 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES - SUJET 1

1. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a. $y'' + 2y' + y = xe^x$

$$S = \left\{ x \mapsto (Ax + B)e^{-x} + \frac{1}{4}(x - 1)e^x, (A, B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

b. $y'' + 2y' + 2y = \sin(x)$

$$S = \left\{ x \mapsto (A \sin(x) + B \cos(x))e^{-x} + \frac{1}{5}(\sin(x) - 2 \cos(x)), (A, B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

c. $(x^2 + 1)y' - xy = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$

$$S = \left\{ (C + x)\sqrt{1 + x^2}, C \in \mathbb{R} \right\}$$

2. Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} x(1 + (\ln(x))^2)y' + 2 \ln(x)y = 1 \\ y(e) = 0 \end{cases}$$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\ln(x) - 1}{1 + (\ln(x))^2} \right\}$$

CB N°5 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES - SUJET 2

1. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a. $y'' + y' - 2y = xe^x$

$$S = \left\{ x \mapsto Ae^{-2x} + \frac{1}{18}(3x^2 - 2x + B)e^x, (A, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

b. $y'' + y = x \sin(x)$

$$S = \left\{ x \mapsto A \sin(x) + B \cos(x) + \frac{1}{4}(x \sin(x) - x^2 \cos(x)), (A, B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

c. $(x^2 + 1)^2 y' + 2x(x^2 + 1)y = 1$

$$S = \left\{ x \mapsto \frac{C + \text{Arctan}(x)}{1 + x^2}, C \in \mathbb{R} \right\}$$

2. Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} (e^x - 1)y' + e^x y = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x - 1}{e^x - 1} \right\}$$