CB n°3 - Réduction - Sujet 1

EXERCICE 1

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer A^n, $n \in \mathbb{N}^*$.

EXERCICE 2

Soient $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.
Montrer qu'il existe une matrice inversible P, **que l'on déterminera**, telle que

$$B = PTP^{-1}$$

EXERCICE 3

Soit $A \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $\mathrm{Sp}(A) = \{-2, -1, 1\}$.
Démontrer qu'il existe a_n, b_n et c_n dans $\mathbb{R}$ **que l'on déterminera**, tels que

$$A^n = a_n \mathrm{I}_3 + b_n A + c_n A^2, \quad n \in \mathbb{N}$$

CB n°3 - Réduction - Sujet 2

EXERCICE 1

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer A^n, $n \in \mathbb{N}^*$.

EXERCICE 2

Soient $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Montrer qu'il existe une matrice inversible P, **que l'on déterminera**, telle que

$$B = PTP^{-1}$$

EXERCICE 3

Soit $A \in \mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $\mathrm{Sp}(A) = \{-1, 1, 2\}$.
Démontrer qu'il existe a_n, b_n et c_n dans $\mathbb{R}$ **que l'on déterminera**, tels que

$$A^n = a_n \mathrm{I}_3 + b_n A + c_n A^2, \quad n \in \mathbb{N}$$