CB N°10 - PROBABILITES -

Exercice 1

Une boîte contient des boules blanches en proportion b, des boules rouges en proportion r, et des boules vertes en proportion v.
Remarque : On a $b, r, v \in]0,1[$, et $b + r + v = 1$.

On effectue des tirages successifs avec remise et **on s'arrête au premier changement de couleur**.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
On note B_n (resp. R_n, V_n), l'événement "le tirage n donne une boule blanche (resp. rouge, verte)".
On note X la variable aléatoire égale au nombre de tirages effectués.

1. Exprimer $(X = n)$ en fonction des B_i, R_i, V_i, pour $i \in [\![1, n]\!]$.

2. Déterminer la loi de X

3. Montrer que X admet une espérance et que

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-r} + \frac{1}{1-v} - 2$$

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On lance n fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On relance ensuite cette pièce autant de fois que de *Pile* obtenus au cours de la première série de lancers.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de *Pile* obtenus au cours de la première série de lancers.
Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de *Pile* obtenus au cours de la seconde série de lancers.

1. Reconnaître la loi de X, et donner son espérance.

2. Déterminer la loi du couple (X, Y).

3. En déduire que Y suit une loi binomiale $\mathscr{B}\left(n, \frac{1}{4}\right)$.

4. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ?

5. Déterminer le nombre moyen de *Pile* obtenus au cours des deux séries de lancers.