

CB N° 11 - GEOMETRIE DANS L'ESPACE - SUJET 1**EXERCICE 1**

Soit \mathcal{S} la surface de \mathbb{R}^3 d'équation

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0$$

1. Déterminer les points réguliers de \mathcal{S} .
2. Démontrer qu'en un point régulier $M(a, b, c)$ une équation du plan tangent à \mathcal{S} est

$$ax + by - cz = 0$$

EXERCICE 2

Soit Σ la surface de \mathbb{R}^3 d'équation

$$(x^2 + y^2 + z^2 + 3)^2 - 16(x^2 + y^2) = 0$$

1. Démontrer que Σ est régulière.
2. Donner en $A(3, 0, 0)$ une équation du plan tangent à Σ .

EXERCICE 3

Soit Γ la courbe paramétrée

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t + 1 \\ z = t^2 - t + 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

1. Montrer que Γ est plane. Déterminer \vec{u} , un vecteur normal au plan contenant Γ .
2. Déterminer un paramétrage puis une équation cartésienne du cylindre \mathcal{C} de section droite Γ , c'est à dire de directrice Γ et de direction normale au plan contenant Γ .

CB N° 11 - GEOMETRIE DANS L'ESPACE - SUJET 2**EXERCICE 1**

Soit \mathcal{S} la surface de \mathbb{R}^3 d'équation

$$x^2 - y^2 + z^2 = 0$$

1. Déterminer les points réguliers de \mathcal{S} .
2. Démontrer qu'en un point régulier $M(a, b, c)$ une équation du plan tangent à \mathcal{S} est

$$ax - by + cz = 0$$

EXERCICE 2

Soit Σ la surface de \mathbb{R}^3 d'équation

$$(x^2 + y^2 + z^2 + 1)^2 - 16(x^2 + y^2) = 0$$

1. Démontrer que Σ est régulière.
2. Donner en $A(1, 0, \sqrt{2})$ une équation du plan tangent à Σ .

EXERCICE 3

Soit Γ la courbe paramétrée

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t + 1 \\ z = -t^2 - t + 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

1. Montrer que Γ est plane. Déterminer \vec{u} , un vecteur normal au plan contenant Γ .
2. Déterminer un paramétrage puis une équation cartésienne du cylindre \mathcal{C} de section droite Γ , c'est à dire de directrice Γ et de direction normale au plan contenant Γ .