# Khôlles 13 et 14 : SUITES - CONTINUITE/DERIVABILITE

## I. SUITES

**1.** Si une partie $A$ de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure, elle est unique.
Si $A$ est non vide majorée, sa borne supérieure est le plus petit des majorants.

**2.** Unicité de la limite d'une suite.

**3.** **Théorèmes de comparaison et d'encadrement** :
Soient $(u_n)$, $(v_n)$ et $(w_n)$ des suites telles que pour $n \geq n_0, u_n \leq v_n \leq w_n$.
- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$.
- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.
- Si $(u_n)$ et $(w_n)$ admettent la même limite $l$ alors $(v_n)$ converge vers $l$.

**4.** **Théorème de la limite monotone** :
Soit $(u_n)$ une suite croissante.
- Si $(u_n)$ est majorée, alors elle converge vers $l = \sup\{u_n, n \in \mathbb{N}\}$.
- Si $(u_n)$ n'est pas majorée, alors elle diverge vers $+\infty$

**5.** **Théorème du point fixe** :
Soient $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$ tel que $I$ est stable par $f$, et $(u_n)$ une suite définie par son premier terme $u_0 \in I$ et par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
Si $(u_n)$ converge vers $l$ et si $f$ est continue en $l$ alors $f(l) = l$.

## II. CONTINUITÉ - DÉRIVABILITÉ

**1.** **Théorème des valeurs intermédiaires**
Si $f$ est continue sur un intervalle $I$ alors $f(I)$ est un intervalle, c'est-à-dire que pour tout $(a, b) \in I^2$, tous les réels compris entre $f(a)$ et $f(b)$ admettent un antécédent par $f$.

**2.** **Théorème de Rolle** et **théorème des accroissements finis**

**3.** Lien entre le signe de la dérivée et les variations.