Khôlles 11 et 12 : PRIMITIVES - EQUATIONS DIFFERENTIELLES LINEAIRES

1. Toutes les primitives des fonctions usuelles doivent être parfaitement maitrisées.

2. Intégration par parties
Soient u et v des fonctions de classe C^1 sur $[a,b]$. On a :

$$\int_a^b u'(t)v(t)\mathrm{d}t = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)\mathrm{d}t$$

3. Changement de variable
Soient $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2, \varphi$ une fonction réelle de classe C^1 sur $[\alpha,\beta]$, strictement monotone et f une fonction continue sur $\varphi\left([\alpha,\beta]\right)$. On a :

$$\int_\alpha^\beta f\left(\varphi(t)\right)\varphi'(t)\mathrm{d}t = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x)\mathrm{d}x$$

4. a, b et c désignent des fonctions de classe C^1 sur un intervalle I où a ne s'annule pas ; on note

$$(H): \quad ay'+by=0 \quad \text{et} \quad (L): \quad ay'+by=c$$

L'ensemble S_H des solutions de (H) sur I est :

$$S_H = \left\{\varphi : I\to\mathbb{K}, \forall x\in I, \varphi(x) = C\mathrm{e}^{-\int\frac{b}{a}}, C\in\mathbb{K}\right\}$$

Une solution de (L) est la somme d'une solution particulière de (L) et d'une solution de (H).

5. La structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficient constant doit être connue, mais la démonstration est hors programme.