TRAVAIL DE GROUPE N°3 – BTS ATI A2 2026

Exercice 1 :

Evaluer l'intégrale double $\int\int_{\mathcal{D}} \ln(x^2 + y^2)\, dx\, dy$ où $\mathcal{D}$ est la partie du plan contenue dans le premier quadrant et comprise entre les deux cercles $\mathcal{C}(O, 1)$ et $\mathcal{C}(O, 2)$.

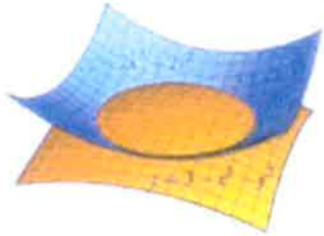
Exercice 2 :

On considère une plaque homogène qui a la forme du domaine plan D par : $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin(x)\}$

Déterminer les coordonnées (x_G, y_G) du centre d'inertie G.

Exercice 3 :

Calculer le volume $V(S)$ du solide S compris entre les deux surfaces d'équations $z = 3 - x^2 - y^2$ et $z = 2x^2 + 2y^2$.



TRAVAIL DE GROUPE – BTS ATI A2 2026

Exercice :

Soit f la fonction définie sur $]-1;\ 1[$ par : $f(x) = \ln(1 - x^2) - x$. On désigne par C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

1. Déterminer la limite de f en -1 et en 1. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?
2. Étudier les variations de la fonction f sur $]-1;\ 1[$.
3. (a) Déterminer le développement limité de f au voisinage de zéro à l'ordre 4.

   (b) En déduire une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 et préciser la position de la courbe C par rapport à cette tangente au voisinage de 0.

   (c) Calculer une valeur approchée de l'aire exprimée en cm^2 du domaine limité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la courbe C et la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$. En donner une valeur approchée au centième

Exercice :

– Partie A – Résolution d'une équation différentielle –

On considère l'équation différentielle (E) : $(1 + x)y' + y = \frac{1}{1+x}$

où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $]-1;\ +\infty[$ et y' sa fonction dérivée.

1. Déterminer les solutions sur $]-1;\ +\infty[$ de l'équation différentielle (E_0) :

$$(1 + x)y' + y = 0$$

Soit g la fonction définie sur $]-1;\ +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$.

2. Démontrer que la fonction g est une solution particulière de l'équation différentielle (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
4. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 2$.

– Partie B – étude d'une fonction –

Soit f la fonction définie sur $]-1;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2 + \ln(1 + x)}{1 + x}$$

1. Déterminer les limites en -1 et en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$
2. Calculer la fonction dérivée f' de f sur $]-1;\ +\infty[$
3. Etudier le signe de f' sur $]-1;\ +\infty[$
4. En déduire le tableau de variations de f sur $]-1;\ +\infty[$
5. Calculer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction f.
6. En déduire une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
7. Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ et T au voisinage de 0.

Tournez la page !

– Partie C – Calcul intégral –

1. Déterminer une primitive de la fonction f sur $]-1;\ +\infty[$.

   Indication : on pensera à la forme remarquable $u' \times \ln(u)$

On considère $I = \int_0^2 f(x)dx$. Démontrer que $I = \frac{1}{2}(\ln 3)^2 + \ln 3$

2. En la justifiant, donner une interprétation graphique du résultat.

BONUS DS :

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 1 de la fonction : $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

   Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de f ?

2. Soit $k : x \longmapsto \sqrt{\frac{x^3+1}{x+1}}$. Déterminer une équation de l'asymptote de k en $+\infty$ et la position du graphe par rapport à cette asymptote.

$$\frac{U \times V}{W \times R} = \frac{U}{W} \times \frac{V}{R}$$

$$\frac{x^{-3}}{x^{-2}} = \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x^3}{x^2} = x$$