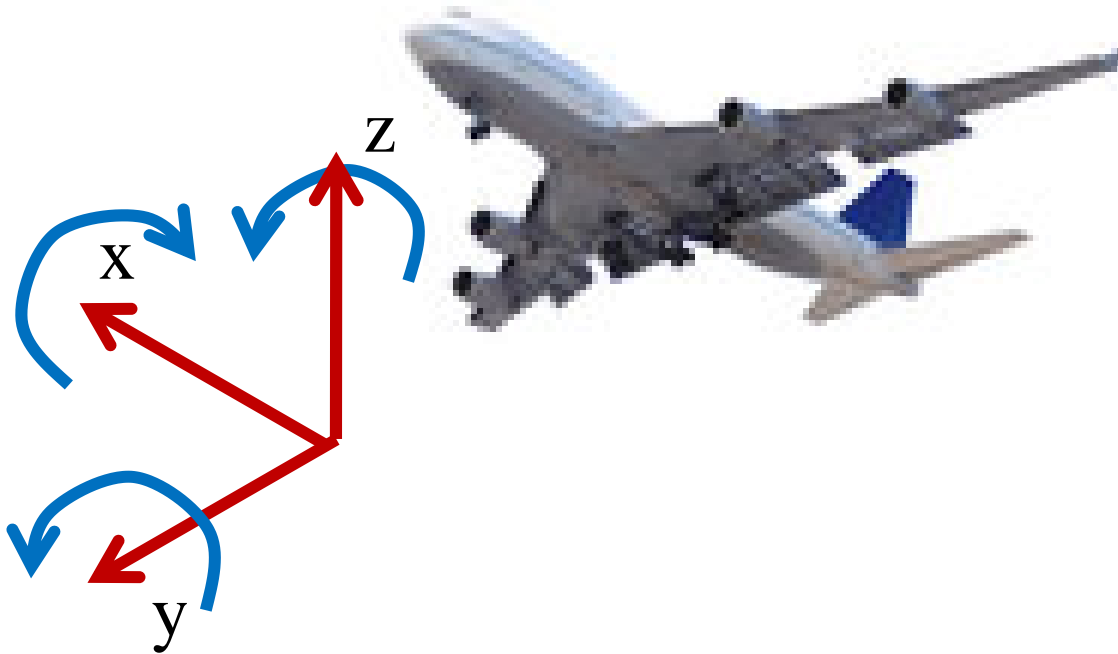


# Degré d'hyperstatisme

## Degrés de liberté



3 translations :

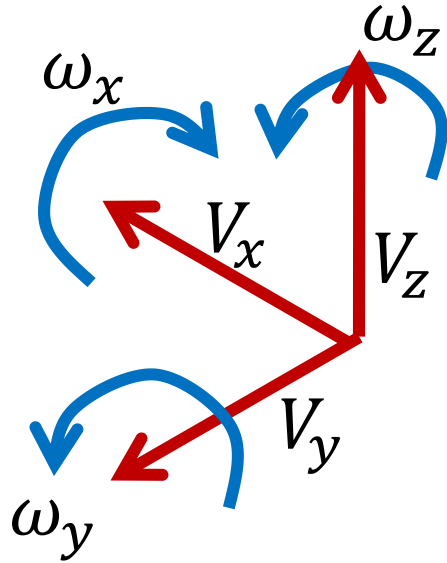
$$\begin{matrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{matrix}$$

3 rotations :

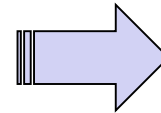
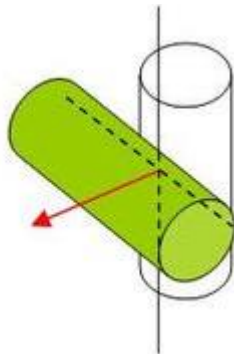
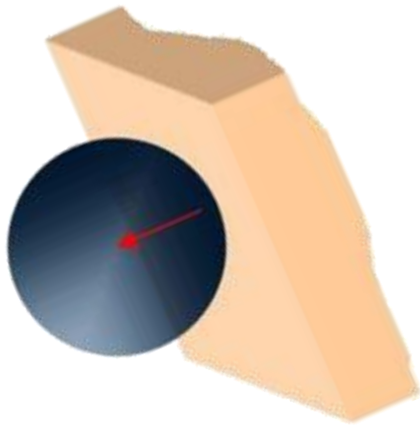
$$\begin{matrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{matrix}$$

# Degré d'hyperstatisme

## Champs de vecteurs des degrés de liberté



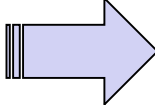
$$O \left\{ \begin{array}{l} \omega_x \quad V_x \\ \omega_y \quad V_y \\ \omega_z \quad V_z \end{array} \right\}_{\mathcal{R}}$$

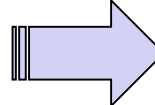


$$O \left\{ \begin{array}{l} \omega_x \quad V_x \\ \omega_y \quad 0 \\ \omega_z \quad V_z \end{array} \right\}_{\mathcal{R}}$$

# Degré d'hyperstatisme

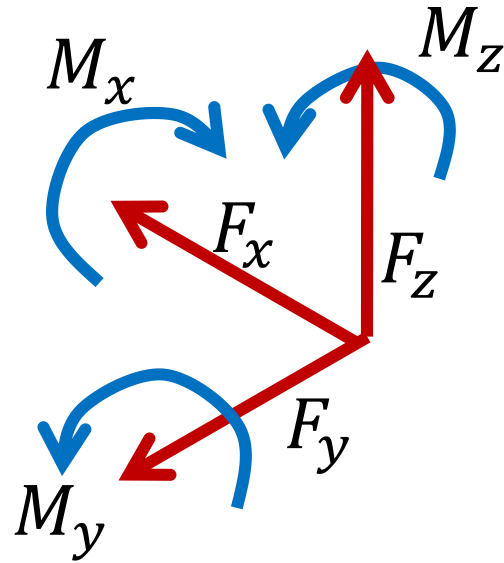
## Degrés de liberté et degrés de liaison

degrés de liaison  transmission

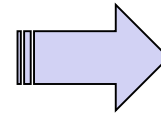
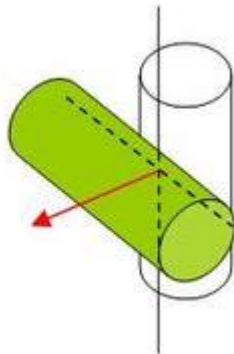
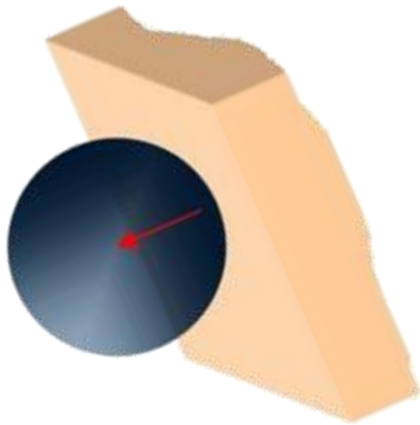
degrés de liberté  guidage

$$\text{degrés de liaison} + \text{degrés de liberté} = 6$$

## Champs de vecteurs des efforts transmissibles



$$O \left\{ \begin{array}{cc} F_x & M_x \\ F_y & M_y \\ F_z & M_z \end{array} \right\}_{\mathcal{R}}$$



$$O \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F_y & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}}$$

# Degré d'hyperstatisme

## Les champs de vecteurs associés à la liaison.

***Les déplacements cinématiquement admissibles.***

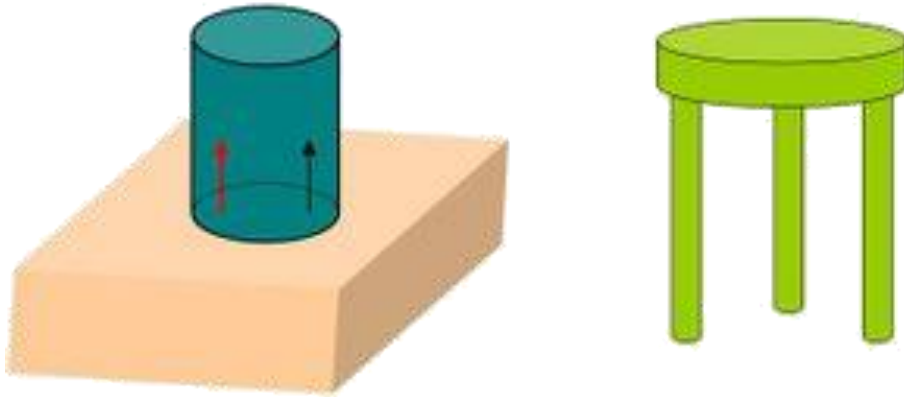
$$\begin{bmatrix} Rx & Tx \\ Ry & 0 \\ Rz & Tz \end{bmatrix} \Rightarrow \{ \mathcal{V}_{1/2} \} \left\{ \begin{array}{l} \omega_{x \ 1/2} \quad V_{x \ 1/2} \\ \omega_{y \ 1/2} \quad 0 \\ \omega_{z \ 1/2} \quad V_{z \ 1/2} \end{array} \right\}_{(A;x,y,z)}$$

***Les actions transmissibles.***

$$\begin{bmatrix} Rx & Tx \\ Ry & 0 \\ Rz & Tz \end{bmatrix} \Rightarrow \{ \tau_{1/2} \} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 0 \\ F_{xy/2} \quad 0 \\ 0 \quad 0 \end{array} \right\}_{(A;x,y,z)}$$

# Degré d'hyperstatisme

## Degré de liaison et liaison par ponctuelles associées



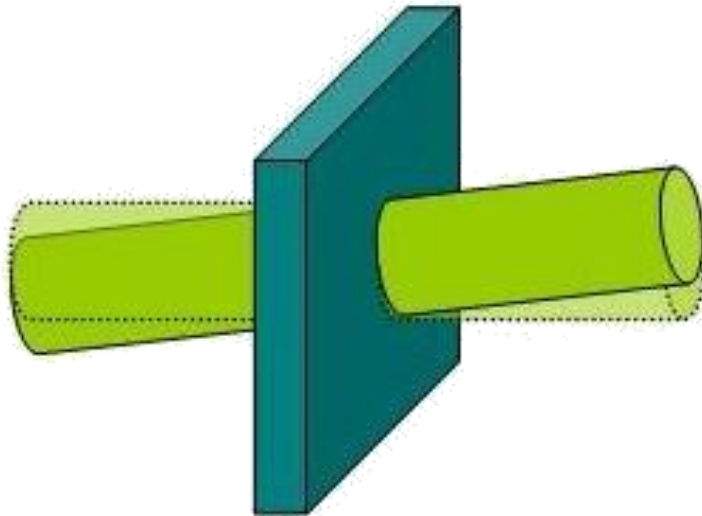
**4 pieds = 4 degrés de liaison**

**4 > 3** (degrés de liaison pour un appui plan)

 réglage

**Mise en position**

## Considération du jeu dans une liaison.



longueur de guidage  
très courte

jeu radial adopté

rotulage

# Degré d'hyperstatisme

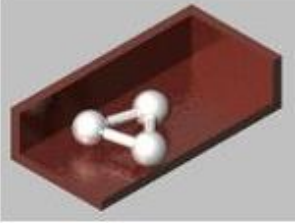
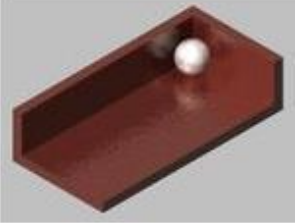
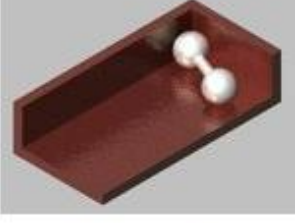
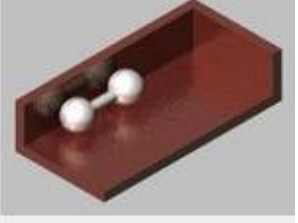
## Tableau récapitulatif

Nom liaison	Nb degré de liberté	Matrice des degrés de liberté	Efforts transmissibles $\{F_{1>2}\}$	Mouvements cinématiquement admissibles $\{V_{1/2}\}$	Association de ponctuelles
liaison nulle	6 (0)	$\begin{bmatrix} Rx & Tx \\ Ry & Ty \\ Rz & Tz \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ pour tout M	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ pour tout M	
Liaison ponctuelle (A,x)	5 (1)	$\begin{bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & Ty \\ Rz & Tz \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Linéaire annulaire (A,x)	4 (2)	$\begin{bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & 0 \\ Rz & Tz \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & 0 \\ \gamma & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Linéaire rectiligne (A,x,□=y)	4 (2)	$\begin{bmatrix} Rx & Tx \\ Ry & 0 \\ 0 & Tz \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ pour tout M ∈ (A,x)	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & 0 \\ 0 & w \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ pour tout M ∈ (A,x)	



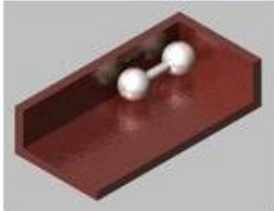
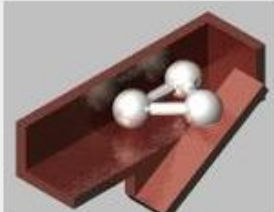
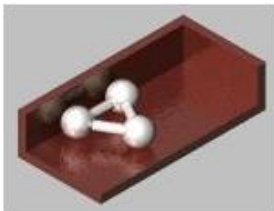
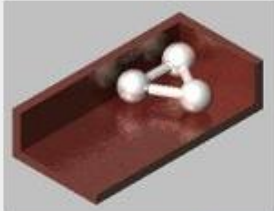
# Degré d'hyperstatisme

## Tableau récapitulatif

Appui plan (□x)	3 (3)	$\begin{bmatrix} Rx & 0 \\ 0 & Ty \\ 0 & Tz \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{Bmatrix} X & 0 \\ 0 & M \\ 0 & N \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{Bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & v \\ 0 & w \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	
			pour tout M	pour tout M	
Rotule de centre A	3 (3)	$\begin{bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & 0 \\ Rz & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{Bmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & 0 \\ \gamma & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Rotule à doigt de centre A (-Rx)	2 (4)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Ry & 0 \\ Rz & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ A \end{matrix} \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \\ \gamma & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Pivot glissant (A,x)	2 (4)	$\begin{bmatrix} Rx & Tx \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$	
			pour tout M ∈ (A,x)	pour tout M ∈ (A,x)	

# Degré d'hyperstatisme

## Tableau récapitulatif

Pivot (A,x)	1 (5)	$\begin{bmatrix} Rx & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Glissière hélicoïdale (A,x)	1 (5)	$\begin{bmatrix} Rx * & Tx * \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} X * & L * \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} \alpha * & u * \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Glissière (X)	1 (5)	$\begin{bmatrix} 0 & Tx \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & u \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	
Complète	0 (6)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	$\begin{matrix} \square \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$	

## Degré d'hyperstatisme

### Degré d'hyperstatisme

$$h = \Sigma n_s - 6 ( n - 1 ) + m_u + m_i$$

$n_s$  : nombre d'inconnues statiques = degré de liaison

$n$  : nombre de pièces composant le mécanisme

$m_u$  : nombre de mobilités utiles

$m_i$  : nombre de mobilités internes

Si  $h < 0$ , hypostatique.

Manque de contraintes  
calcul avec aberrations.

Si  $h > 0$ , hyperstatique.

Trop de contraintes  
plus d'inconnues que d'équations.

Si  $h = 0$ , isostatique.

Étude possible

## Nombre cyclomatique

$$\gamma = l - n + 1$$

$l$  : nombre de liaisons

$n$  : nombre de pièces