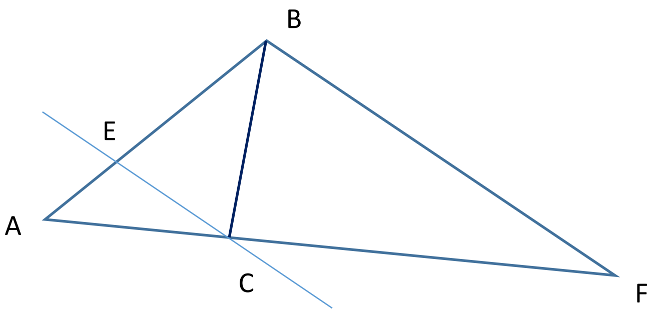
Exercice 2



$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}$$

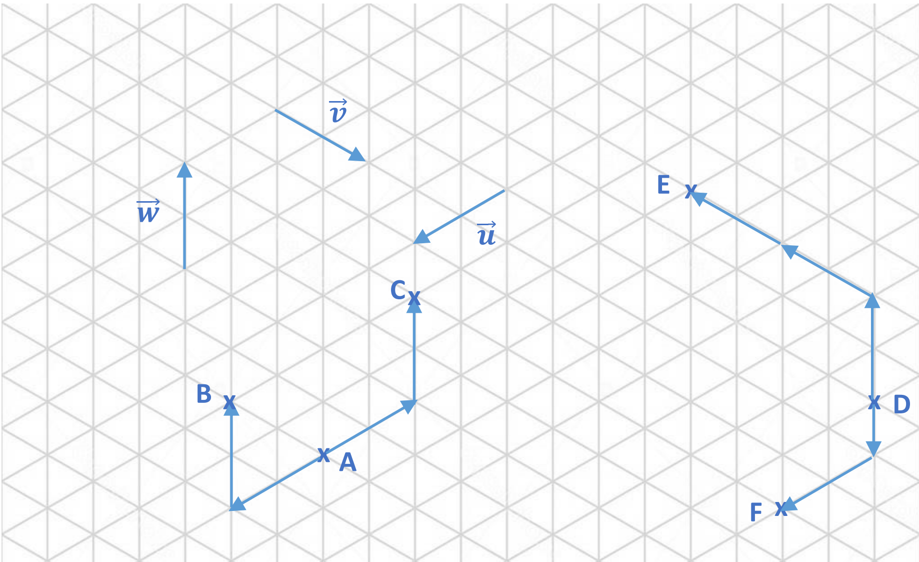
$$\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} = 3 \cdot \overrightarrow{CA} + 3 \cdot \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{FB} = 3 \cdot \left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}\right) = 3 \cdot \overrightarrow{CE}$$

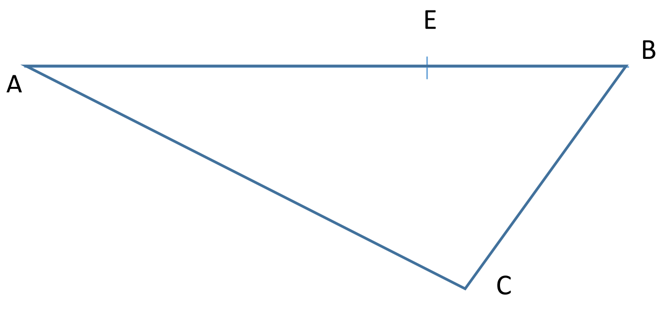
$$\overrightarrow{FB} = k \cdot \overrightarrow{CE} \; alors \; \overrightarrow{FB} \; // \; \overrightarrow{CE}$$

donc (FB) // (CE)

Exercice 7



Exercice 10



2- $3 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{EB} = \vec{0}$

$$3 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$8 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$\overrightarrow{AE} = 5/8 \cdot \overrightarrow{AB}$ donc AE = 5 cm.

1- $3 \cdot \overrightarrow{CA} + 5 \cdot \overrightarrow{CB} = 3 \cdot \overrightarrow{CE} + 3 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{CE} + 5 \cdot \overrightarrow{EB}$

$$3 \cdot \overrightarrow{CA} + 5 \cdot \overrightarrow{CB} = 8 \cdot \overrightarrow{CE} + 3 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{EB}$$

or $3 \cdot \overrightarrow{EA} + 5 \cdot \overrightarrow{EB} = \vec{0}$ donc $3 \cdot \overrightarrow{CA} + 5 \cdot \overrightarrow{CB} = 8 \cdot \overrightarrow{CE}$

Exercice 12

G est le barycentre de (A ;a) et (B ;b), donc $a \cdot \overrightarrow{GA} + b \cdot \overrightarrow{GB} = \vec{0}$

$$a \cdot \overrightarrow{GA} + b \cdot \overrightarrow{GB} = \vec{0} \leftrightarrow \ a \cdot \overrightarrow{GA} + b \cdot \overrightarrow{GA} + b \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$
$$\leftrightarrow (a+b) \cdot \overrightarrow{AG} = b \cdot \overrightarrow{AB}$$
$$\leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{AB} \ \leftrightarrow \ \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MG} = \frac{b}{(a+b)} \cdot (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB})$$
$$\leftrightarrow \ \overrightarrow{MG} = 1 - \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MA} + \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MB}$$
$$\leftrightarrow \ \overrightarrow{MG} = \frac{-b+a+b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MA} + \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MB} \leftrightarrow \ \overrightarrow{MG} = \frac{a}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MA} + \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MB}$$
$$\leftrightarrow \ \overrightarrow{MG} = \frac{1}{(a+b)}(a \cdot \overrightarrow{MA} + b \cdot \overrightarrow{MB})$$

si $a + b = 0$, la géométrie n'est pas définie car la division par 0 n'existe pas.

$$\overrightarrow{MG} = \frac{1}{(a+b)}\left(a \cdot \overrightarrow{MA} + b \cdot \overrightarrow{MB}\right) \leftrightarrow \ \frac{a}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MA} + \frac{b}{(a+b)} \cdot \overrightarrow{MB}$$

par identification $\frac{b}{(a+b)} = t$ et $\frac{a}{(a+b)} = \frac{a+b-b}{(a+b)} = \frac{a+b}{(a+b)} - \frac{b}{(a+b)} = 1 - t$

on peut donc toujours écrire $\overrightarrow{MG} = (1-t) \cdot \overrightarrow{MA} + t \cdot \overrightarrow{MB}$

Exercice 19

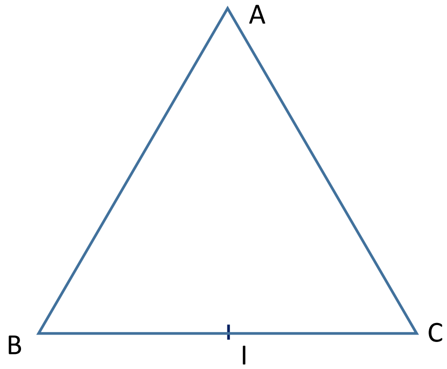
G est le barycentre de (A ;2), (B ;1) et (C ;1), donc $2 \cdot \overrightarrow{GA} + 1 \cdot \overrightarrow{GB} + 1 \cdot \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1- I est le milieu de [B,C] donc $\overrightarrow{BC} = 2 \cdot \overrightarrow{BI} \ \leftrightarrow \ \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = 2 \cdot \overrightarrow{BG} + 2 \cdot \overrightarrow{GI}$
   alors $\leftrightarrow$ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2 \cdot \overrightarrow{GI}$ (en effet $-\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GB}$)

2- $2 \cdot \overrightarrow{GA} + 1 \cdot \overrightarrow{GB} + 1 \cdot \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2 \cdot \overrightarrow{GI}$ donc $2 \cdot \overrightarrow{GA} + 2 \cdot \overrightarrow{GI} = \vec{0}$

3- On a $2 \cdot \overrightarrow{GA} + 2 \cdot \overrightarrow{GI} = \vec{0}$, alors G est le barycentre de (A ;2) et (I ;2).
   Ce qui est cohérent car I est le barycentre de (B ;1) et (c ;1)

Exercice 23



1- $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 5 \cdot 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 12{,}5$

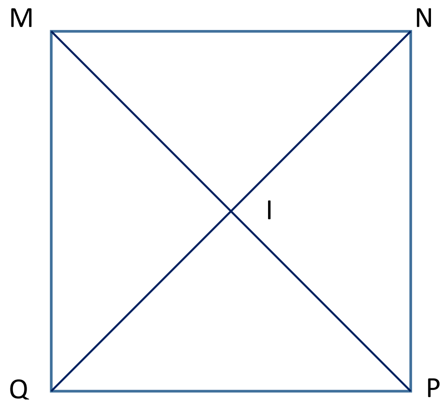
$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12{,}5$

2- $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI} = 5 \cdot 2{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{1}{2} = 6{,}25$

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI} = 6{,}25$

3- $\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AI} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}\right) \cdot \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AI}$
or $\overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{AI}$ donc $\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AI} = \vec{0}$

Exercice 26



1- $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PQ} = 6 \cdot 6 \cdot \cos(0) = 6 \cdot 6 \cdot 1 = 36$

2- $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PN} = 6 \cdot 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6 \cdot 6 \cdot 0 =$

3- $\overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{IP} = \sqrt{\frac{36}{2}} \cdot \sqrt{\frac{36}{2}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

4- $\overrightarrow{QI} \cdot \overrightarrow{NI} = \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} \cdot \cos(\pi) = 18 \cdot (-1) = -18$

Exercice 31

A(1,2,1) B(2,0,1) C(1,1,-1)

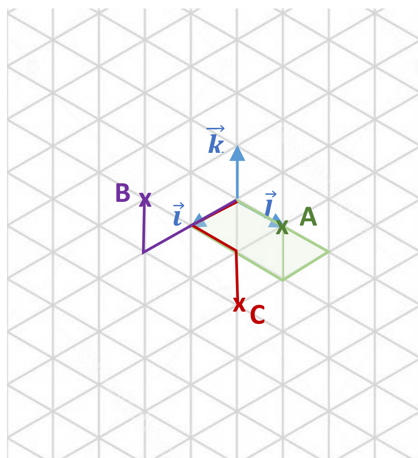
1- $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \left|\begin{matrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{matrix}\right. \wedge \left|\begin{matrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}\right. = 4 \cdot \vec{\imath} + 2 \cdot \vec{\jmath} + 1 \cdot \vec{k}$

2- $\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\| = AB \cdot AC \cdot \sin(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ représente l'aire du parallépipède construit par les deux vecteurs.

donc S = aire du triangle ABC = $\frac{\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\|}{2}$

$$S = \frac{\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\|}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$S = 2{,}3\ mm^2$



3- $AB = \sqrt{5}$ et $AC = \sqrt{5}$

4- alors $\widehat{BAC} = \arcsin\left(\frac{S}{AB \cdot AC}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}\right)$
soit $\widehat{BAC} = 66{,}4°$