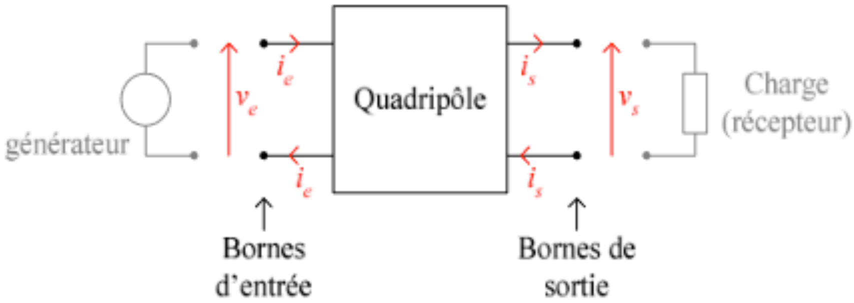
Chapitre 8

TRANSMITTANCE COMPLEXE D'UN QUADRIPOLE

I. Quadripôle

I.1 Définition

Un quadripôle est un circuit électrique (ou un élément de circuit électrique) qui possède 4 bornes : 2 bornes d'entrée et deux bornes de sortie.



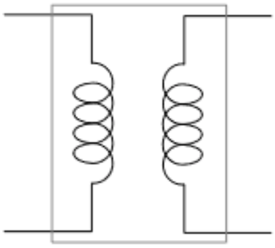
Un quadripôle est dit passif s'il ne comporte pas de source auxiliaire de puissance électrique. Il est dit actif dans le cas contraire.

Si un quadripôle est uniquement constitué d'éléments linéaires (résistance, condensateur, bobine….) il est alors qualifié de linéaire.

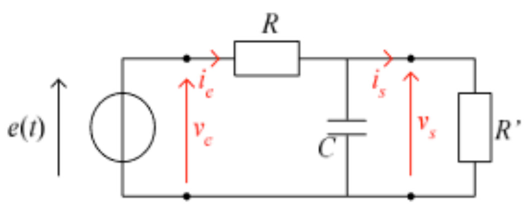
Les tensions d'entrée et de sortie (notées respectivement v_e et v_s) ainsi que les courants d'entrée et de sortie (i_e et i_s) caractérisent le fonctionnement du dipôle.

I.2 Exemples

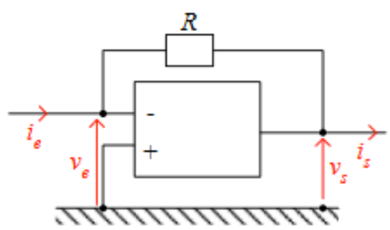
Transformateur :



(passif)



(passif)



(actif)

II. Transmittance complexe d'un quadripôle

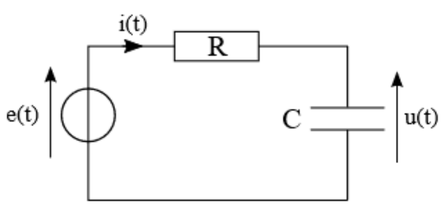
II.1 La fonction de transfert harmonique

La fonction de transfert (ou transmittance) harmonique d'un système est le rapport entre le signal de sortie $\underline{s}(t)$ et celui d'entrée $\underline{e}(t)$ avec $\underline{e}(t) = e_0 \exp(j(\omega t + \varphi_e))$ (régime sinusoïdal à la pulsation ω).

Ainsi, $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{s}(j\omega)}{\underline{e}(j\omega)}}$

II.2 Exemple

Considérons le circuit RC suivant :



Etablir l'expression de la fonction de transfert harmonique $\underline{H}(j\omega)$.

………

………

………

………

III. Représentation graphique de la fonction de transfert

III.1 Le gain en décibel

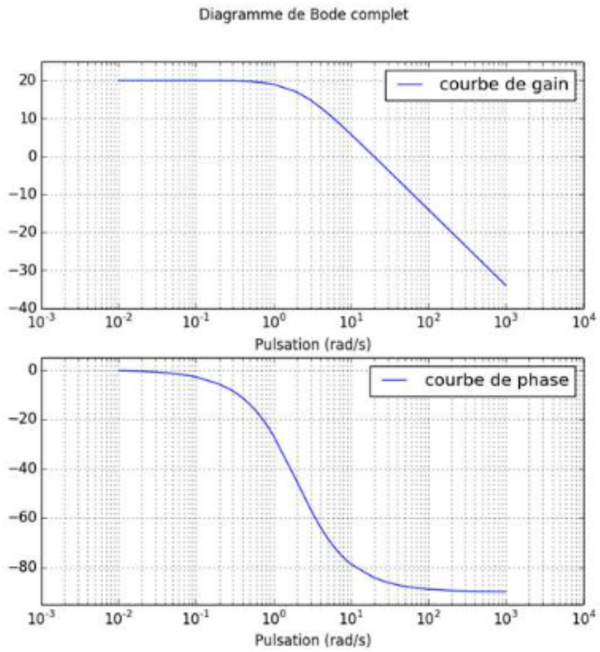
On définira le gain en décibels d'un système par la relation : $G_{dB} = 20.\log|\underline{H}(j\omega)|$ soit

G_{dB} =

III.2 La phase

La phase est définie par $\varphi(\omega) = \arg \underline{H}(j\omega)$. Il s'agit donc du déphasage de la sortie par rapport à l'entrée. En effet :

III.3. Le diagramme de Bode



Il est constitué de deux courbes en diagramme logarithmique, soit :

* courbe du gain : $G_{dB} = 20.\log|\underline{H}(j\omega)| = f(\log\omega)$;

* courbe de phase : $\varphi = f(\log\omega)$;

On peut également représenter G_{dB} et φ en fonction de ω. On utilise alors un repère semi-logarithmique (cf ci-contre). (on représente également souvent G_{dB} et φ en fonction de ω/ω_0 où ω_0 représente une pulsation caractéristique du système).

L'utilisation d'une représentation logarithmique permet de travailler sur une large plage de fréquences et de mieux linéariser les courbes (donc de travailler avec les fonctionnements asymptotiques).

Le diagramme de Bode offre un autre intérêt pour les quadripôles en cascade (lorsque la sortie du k-ième quadripôle coïncide avec l'entrée du (k+l)-ième quadripôle). Il en résulte que les fonctions de transfert complexes se multiplient : $\underline{H} = \underline{H_1}.\underline{H_2}...\underline{H_n}$, donc les modules se multiplient, les gains en dB et les phases s'ajoutent, ce qui facilite la construction du diagramme de Bode.

<u>Exemple :</u> On considère la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = 1 / (1 + jRC\omega)$. Déterminer l'expression du gain en décibel ainsi que de la phase en fonction de la pulsation ω.

……
……
……
……

II.4 Le diagramme de Bode asymptotique

Pour tracer le diagramme de Bode asymptotique, on recherche l'équation des courbes de gain et de phase. Reprenons la fonction de transfert de l'exemple précédent :

ω	$\omega \ll 1/ RC$	$\omega = \omega_0 = 1/ RC$	$\omega \gg 1/ RC$
$\underline{H}(j\omega)$			
$\lvert\underline{H}(j\omega)\rvert$			
G_{dB}			
φ			

Gain en dB φ

Pour $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$, on peut confondre les diagrammes de Bode asymptotiques et réels.

IV. Applications aux filtres

Un filtre est un système linéaire qui transmet certaines fréquences et en atténue d'autres.

III.1 Interprétations du diagramme de Bode en gain

Lorsque $G_{dB} > 0$, alors $|\underline{H}(j\omega)| > 1$ donc $|\underline{s}(j\omega)| > |\underline{e}(j\omega)|$: la valeur efficace du signal en sortie est supérieure à celle du signal en entrée. Il y a amplification.

Lorsque $G_{dB} < 0$, alors $|\underline{H}(j\omega)| < 1$ donc $|\underline{s}(j\omega)| < |\underline{e}(j\omega)|$: la valeur efficace du signal en sortie est inférieure à celle du signal en entrée. Il y a atténuation.

III.2 Bande passante et fréquence(s) de coupure à – 3dB

La pulsation de coupure à – 3 dB est la pulsation notée ω_C telle que :

$$|H(j\omega_c)| = \frac{|H(j\omega)|_{max}}{\sqrt{2}}$$

La fréquence de coupure à – 3 dB notée f_c est la fréquence associée à cette pulsation (rappel : $\omega_C = 2\pi f_c$)

La bande passante à – 3dB correspond à l'ensemble des pulsations ω (ou des fréquences f) telles que

$$|H(j\omega)| > \frac{|H(j\omega)|_{max}}{\sqrt{2}}$$

III.3 Classification des filtres

- Ordre d'un filtre

Un filtre du premier ordre a une fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ qui se présente sous la forme d'une fraction rationnelle de $j\omega$ dont le dénominateur est un polynôme du premier degré. L'équation différentielle correspondante est donc une équation différentielle du premier ordre.

Un filtre du second ordre a une fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ qui se présente sous la forme d'une fraction rationnelle de $j\omega$ dont le dénominateur est un polynôme du second degré (équation différentielle du second ordre).

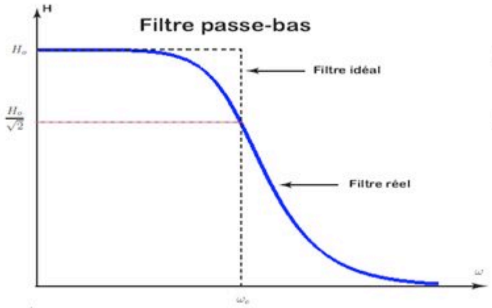
- Filtres actifs et passifs

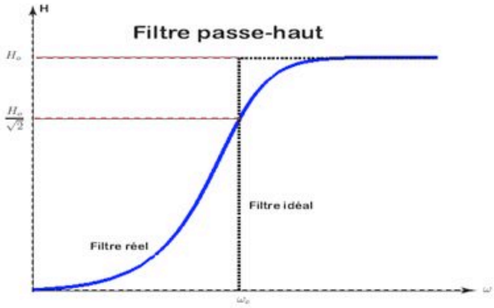
Un filtre passif se caractérise par l'usage exclusif de composants passifs (résistances, condensateurs, bobines). Par conséquent, leur gain (rapport de puissance entre la sortie et l'entrée) ne peut excéder 1. Autrement dit, ils *atténuent* le signal, différemment selon la fréquence.

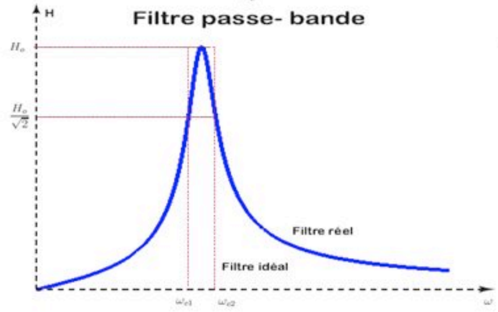
Les filtres actifs utilisent au moins un composant actif (tube électronique, transistor, amplificateur opérationnel, ou autre circuit intégré analogique). Il s'agit essentiellement d'un circuit amplificateur. En conséquence, ils peuvent avoir un gain total supérieur à 1. Ils peuvent aussi bien amplifier certaines fréquences que les atténuer.

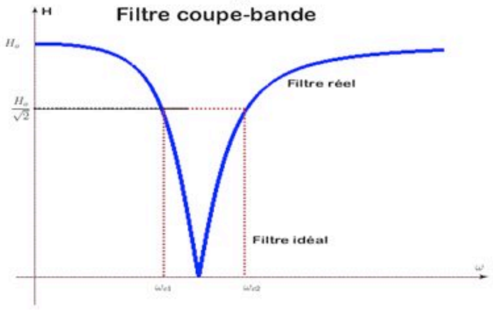
III.4 Classification des filtres (à l'aide du diagramme de Bode)

Il existe 4 principaux filtres : le filtre passe-bas, le filtre passe haut, le filtre passe bande et le filtre coupe-bande (ou réjecteur de bande)

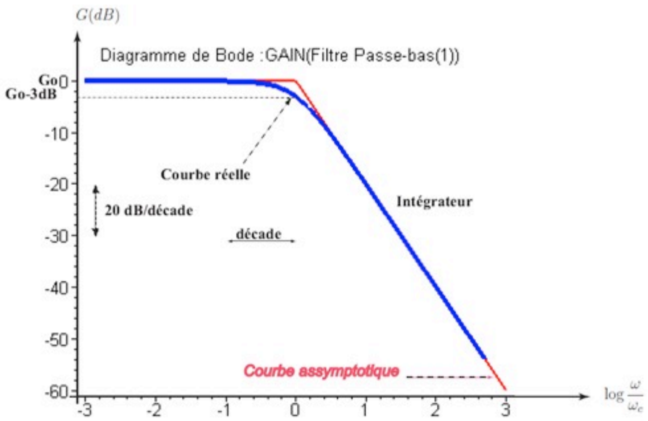


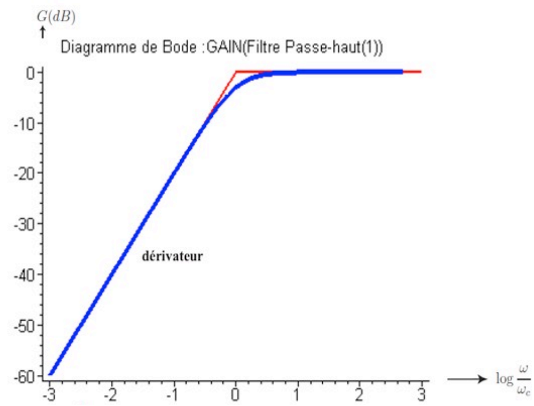


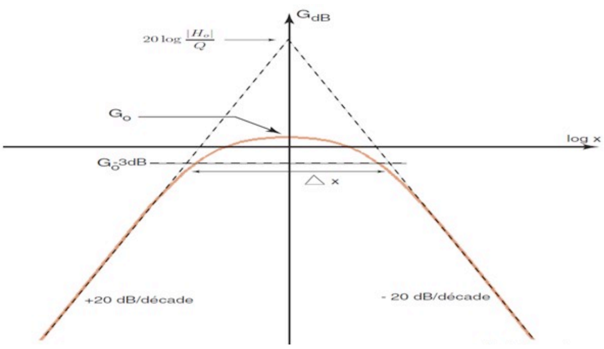


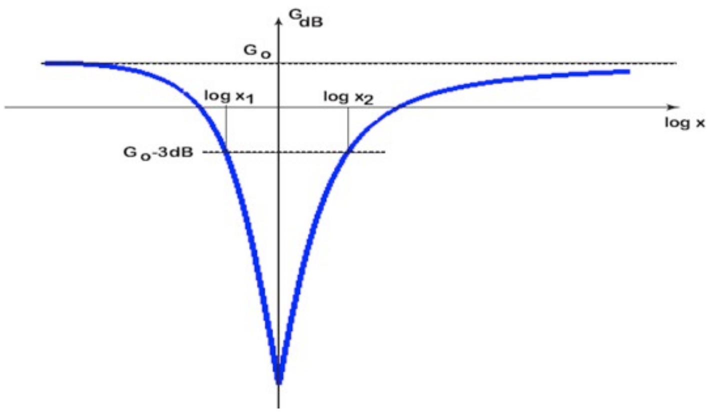


Avec les diagrammes de Bode :



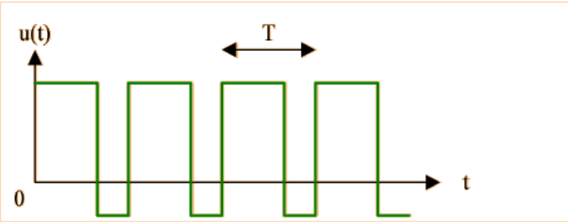


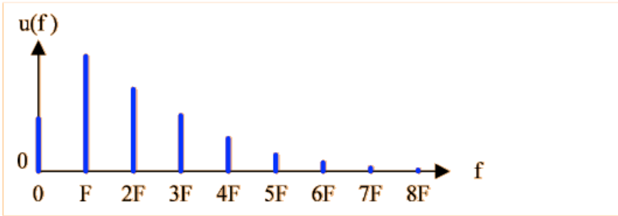




III.5 Filtres en régime non sinusoïdal

Soit une tension rectangulaire de fréquence F = 1/T

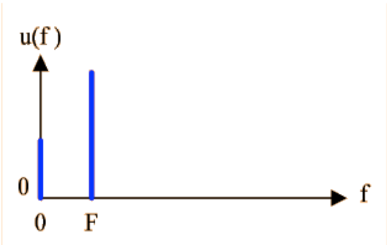


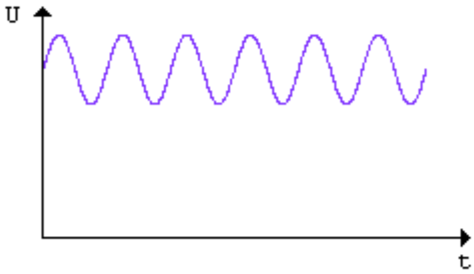


Représentation temporelle Représentation fréquentielle

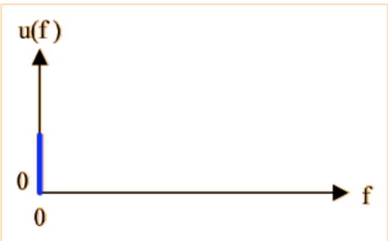
L'effet d'un filtre sera de ne garder qu'une ou plusieurs de ces fréquences.

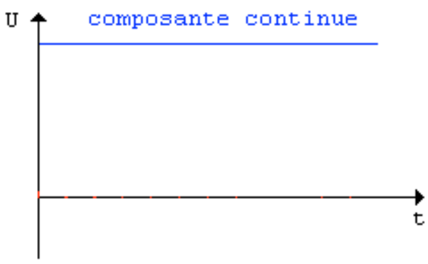
Exemple : considérons un signal sinusoïdal avec composante continue :



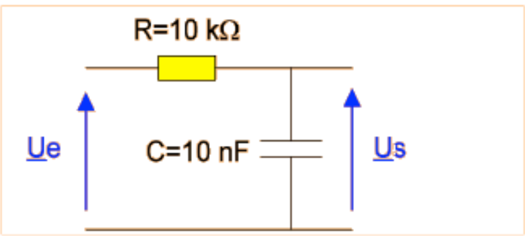


- **Un filtre passe-bas** dont la fréquence de coupure f_c est telle que f_c « F aura pour effet de ne garder que la composante continue en sortie :

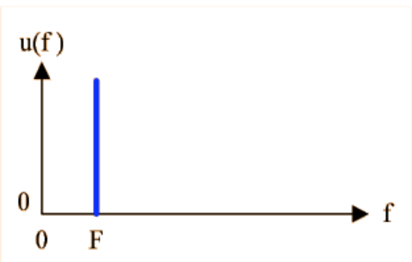


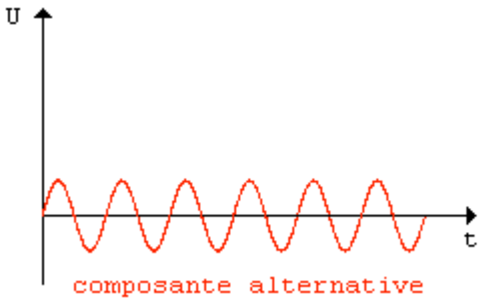


Pour cela, on peut utiliser un filtre RC (en s'assurant que l'on bien $f_c = 1/(2\pi RC)$ « F) :



- Un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure f_c est telle que f_c « F aura pour effet de ne garder que la composante sinusoïdale en sortie :





C'est cette opération de filtrage qu'effectue un oscilloscope en mode AC (ou CA).