Sommaire

Vous trouverez les corrections aux adresses suivantes :

`https://www.apmep.fr/Annales-Terminale-Generale`

`https://www.apmep.fr/Annales-Terminale-Technologique`

1 Extraits de QCM Baccalauréat STI2D différentes années

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

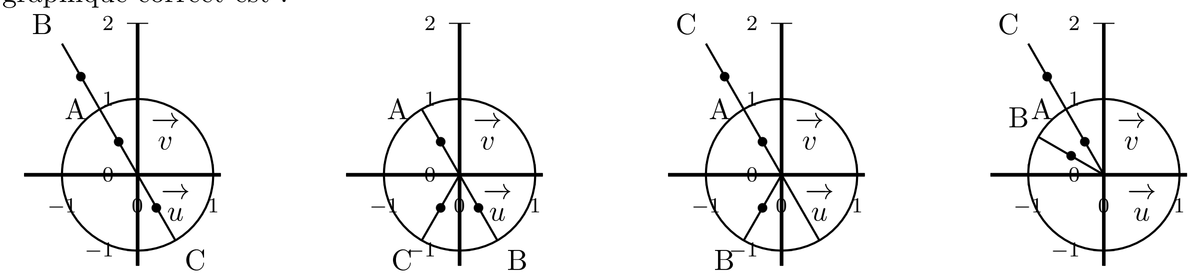
1. Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe z dont la partie réelle est x et dont la partie imaginaire est 3. La partie imaginaire de z^2 est égale à :

   a. 6 **b.** 9 **c.** $6x$ **d.** $(6x)\mathrm{i}$

2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

   Les points A, B et C ont pour affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$, $z_{\mathrm{B}} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{4\pi}{3}}$ et $z_{\mathrm{C}} = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.

   Le graphique correct est :



a. **b.** **c.** **d.**

3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct.

   Le point A a pour affixe $z_{\mathrm{A}} = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ et le point B a pour affixe $z_{\mathrm{B}} = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.

   (a) Les points A et B sont confondus.

   (b) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

   (c) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses du repère.

   (d) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées du repère.

4. Une forme exponentielle de $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times 2\mathrm{i}$ est :

   (a) $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ (b) $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$ (c) $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{12}}$ (d) $4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

5. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

   On note z_A l'affixe d'un point A appartenant au cercle de centre O et de rayon 4. La partie réelle de z_A est positive et sa partie imaginaire est égale à 2.

   Le nombre complexe z_A a pour forme exponentielle :

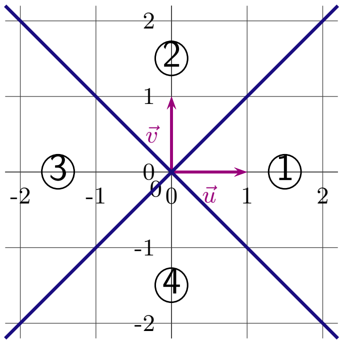
(a) $4e^{-i\frac{\pi}{6}}$ (b) $-4e^{i\frac{\pi}{6}}$ (c) $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ (d) $-4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

6. On considère le nombre complexe $z = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

   Soit $\overline{z}$ le nombre complexe conjugué de z. Une écriture exponentielle de $\overline{z}$ est :

   (a) $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ (b) $2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ (c) $2e^{-i\frac{5\pi}{4}}$ (d) $2e^{i\frac{5\pi}{4}}$

7. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$. Les droites d'équation $y = x$ et $y = -x$ partagent le plan en quatre zones ①, ②, ③ et ④ comme indiqué ci-dessous :



   Soit z un nombre complexe non nul. On sait que :

   — la partie réelle de z est strictement inférieure à sa partie imaginaire ;

   — un argument de z est strictement compris entre $\frac{3\pi}{4}$ et 2π.

   Le point image de z se situe :

   (a) dans la zone ① (b) dans la zone ② (c) dans la zone ③ (d) dans la zone ④

8. Un argument du nombre complexe $z = (2 - 2i) \times e^{i\frac{\pi}{2}}$ est :

   (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $4\sqrt{2}$

2 Extrait de Baccalauréat S Liban 31 mai 2019

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité 2 cm. On appelle f la fonction qui, à tout point M, distinct du point O et d'affixe un nombre complexe z, associe le point M' d'affixe z' tel que

$$z' = -\frac{1}{z}.$$

1. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_\text{A} = -1 + \text{i}$ et $z_\text{B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$.

   (a) Déterminer la forme algébrique de l'affixe du point A′ image du point A par la fonction f.

(b) Déterminer la forme exponentielle de l'affixe du point B′ image du point B par la fonction f.

(c) Sur la copie, placer les points A, B, A′ et B′ dans le repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\ ;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$. Pour les points B et B′, on laissera les traits de construction apparents.

2. Soit r un réel strictement positif et θ un réel. On considère le complexe z défini par $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.

   (a) Montrer que $z' = \dfrac{1}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi-\theta)}$.

   (b) Est-il vrai que si un point M, distinct de O, appartient au disque de centre O et de rayon 1 sans appartenir au cercle de centre O et de rayon 1, alors son image M' par la fonction f est à l'extérieur de ce disque ? Justifier.

3. Soit le cercle Γ de centre K d'affixe $z_{\mathrm{K}} = -\dfrac{1}{2}$ et de rayon $\dfrac{1}{2}$.

   (a) Montrer qu'une équation cartésienne du cercle Γ est $x^2 + x + y^2 = 0$.

   (b) Soit $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y non tous les deux nuls. Déterminer la forme algébrique de z' en fonction de x et y.

   (c) Soit M un point, distinct de O, du cercle Γ. Montrer que l'image M' du point M par la fonction f appartient à la droite d'équation $x = 1$.

3 Extrait de Baccalauréat S Centres étrangers 13 juin 2019

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\ ;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

Le but de cet exercice est de déterminer les nombres complexes z non nuls tels que les points d'affixes 1, z^2 et $\dfrac{1}{z}$ soient alignés.

Sur le graphique fourni en annexe, le point A a pour affixe 1.

Partie A : étude d'exemples

1. **Un premier exemple**

   Dans cette question, on pose $z = \mathrm{i}$.

   (a) Donner la forme algébrique des nombres complexes z^2 et $\dfrac{1}{z}$.

   (b) Placer les points N_1 d'affixe z^2, et P_1 d'affixe $\dfrac{1}{z}$ sur le graphique donné en annexe.

   On remarque que dans ce cas les points A, N_1 et P_1 ne sont pas alignés.

2. **Une équation**

   Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue z : $z^2 + z + 1 = 0$.

3. **Un deuxième exemple**

   Dans cette question, on pose : $z = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

   (a) Déterminer la forme exponentielle de z, puis celles des nombres complexes z^2 et $\dfrac{1}{z}$.

(b) Placer les points N_2 d'affixe z^2 et P_2, d'affixe $\dfrac{1}{z}$ sur le graphique donné en annexe.

On remarque que dans, ce cas les points A, N_2 et P_2 sont alignés.

Partie B

Soit z un nombre complexe non nul.

On note N le point d'affixe z^2 et P le point d'affixe $\dfrac{1}{z}$.

1. Établir que, pour tout nombre complexe différent de 0, on a :

$$z^2 - \frac{1}{z} = \left(z^2 + z + 1\right)\left(1 - \frac{1}{z}\right).$$

2. On rappelle que si, $\overrightarrow{U}$ est un vecteur non nul et $\overrightarrow{V}$ un vecteur d'affixes respectives $z_{\overrightarrow{U}}$ et $z_{\overrightarrow{V}}$, les vecteurs $\overrightarrow{U}$ et $\overrightarrow{V}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un nombre réel k tel que $z_{\overrightarrow{V}} = kz_{\overrightarrow{U}}$.

   En déduire que, pour $z \neq 0$, les points A, N et P définis ci-dessus sont alignés si et seulement si $z^2 + z + 1$ est un réel.

3. On pose $z = x + \mathrm{i}y$, où x et y désignent des nombres réels.

   Justifier que : $z^2 + z + 1 = x^2 - y^2 + x + 1 + \mathrm{i}(2xy + y)$.

4. (a) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \neq 0$ tels que les points A, N et P soient alignés.

   (b) Tracer cet ensemble de points sur le graphique donné en annexe.

4 Extrait de Baccalauréat S Asie 20 juin 2019

1. On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E) à l'inconnue z :

$$z^3 + \left(-2\sqrt{3} + 2\mathrm{i}\right)z^2 + \left(4 - 4\mathrm{i}\sqrt{3}\right)z + 8\mathrm{i} = 0 \quad (E).$$

   (a) Montrer que le nombre $-2\mathrm{i}$ est une solution de l'équation (E).

   (b) Vérifier que, pour tout nombre complexe z, on a :

$$z^3 + \left(-2\sqrt{3} + 2\mathrm{i}\right)z^2 + \left(4 - 4\mathrm{i}\sqrt{3}\right)z + 8\mathrm{i} = (z + 2\mathrm{i})\left(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4\right).$$

   (c) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes.

   (d) Écrire les solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.

Dans la suite, on se place dans le plan muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

2. On considère les points A, B, C d'affixes respectives $-2\mathrm{i}$, $\sqrt{3} + \mathrm{i}$ et $\sqrt{3} - \mathrm{i}$.

(a) Montrer que A, B et C appartiennent à un même cercle de centre O dont on déterminera le rayon.

(b) Placer ces points sur une figure que l'on complètera par la suite.

(c) On note D le milieu du segment [OB]. Déterminer l'affixe z_{L} du point L tel que AODL soit un parallélogramme.

3. On rappelle que, dans un repère orthonormé du plan, deux vecteurs de coordonnées respectives $(x\ ;\ y)$ et $(x'\ ;\ y')$ sont orthogonaux si et seulement si $xx' + yy' = 0$.

(a) Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan, d'affixes respectives z et z'.

Montrer que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $z\overline{z'}$ est un imaginaire pur.

(b) À l'aide de la question **3. a.**, démontrer que le triangle AOL est rectangle en L.

5 Extrait de Baccalauréat S Liban 31 mai 2011

Exercice 3 Candidats ayant suivi l'enseignement obligatoire

Partie A : Restitution organisée de connaissances

Prérequis : On suppose connu le résultat suivant :

Quels que soient les nombres complexes non nuls z et z', $\arg(z \times z') = \arg(z) + \arg(z')$ à 2π près.

Démontrer que, quels que soient les nombres complexes non nuls z et z', on a : $\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$ à 2π près.

Partie B

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}\ ;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 1 - \text{i} \quad \text{et} \quad z_{\text{B}} = 2 + \sqrt{3} + \text{i}.$$

1. Déterminer le module et un argument de z_{A}.
2. (a) Écrire $\dfrac{z_{\text{B}}}{z_{\text{A}}}$ sous forme algébrique.

   (b) Montrer que $\dfrac{z_{\text{B}}}{z_{\text{A}}} = \left(1 + \sqrt{3}\right)\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{3}}$.

   (c) En déduire la forme exponentielle de z_{B}.
3. On note B_1 l'image du point B par la rotation r de centre O et d'angle $-\dfrac{\pi}{6}$.

   (a) Déterminer l'affixe du point B_1.

   (b) En déduire que le point B_1 est le symétrique du point B par rapport à l'axe $\left(\text{O}\ ;\ \overrightarrow{u}\right)$.

4. Soit M un point du plan. On note M_1 l'image du point M par la rotation r et M' le symétrique du point M_1 par rapport à l'axe $\left(\mathrm{O}\ ;\ \overrightarrow{u}\right)$.

   On désigne par (E) l'ensemble des points M du plan tels que $M' = M$.

   (a) Montrer que les points O et B appartiennent à l'ensemble (E).

   (b) Soit M un point distinct du point O.

   Son affixe z est égale à $\rho \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où ρ est un réel strictement positif et θ un nombre réel.

   Montrer que l'affixe z' du point M' est égale à $\rho \mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$ puis déterminer l'ensemble des valeurs du réel θ telles que M appartienne à l'ensemble (E).

   (c) Déterminer l'ensemble (E).

Exercice 3 Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A : Restitution organisée de connaissances

On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct.

Prérequis : L'écriture complexe d'une similitude directe est de la forme $z' = az + b$ où a et b sont deux nombres complexes tels que $a \neq 0$.

Démontrer que si A, B, A′ et B′ sont quatre points du plan tels que $\mathrm{A} \neq \mathrm{B}$ et $\mathrm{A}' \neq \mathrm{B}'$, alors il existe une unique similitude directe transformant A en A′ et B en B′.

Partie B

On considère le triangle rectangle isocèle ABC tel que $\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}},\ \overrightarrow{\mathrm{AC}}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ modulo 2π.

On note D le symétrique de A par rapport au point C.

On désigne par s la similitude directe transformant D en C et C en B.

1. Déterminer le rapport et l'angle de la similitude s.
2. On appelle Ω le centre de la similitude s.

   (a) En utilisant la relation $\overrightarrow{\mathrm{DC}} = \overrightarrow{\Omega\mathrm{C}} - \overrightarrow{\Omega\mathrm{D}}$, démontrer que $\mathrm{DC}^2 = \Omega\mathrm{D}^2$.

   (b) En déduire la nature du triangle ΩDC.
3. On pose $\sigma = s \circ s$.

   (a) Quelle est la nature de la transformation σ ? Préciser ses éléments caractéristiques.

   (b) Déterminer l'image du point D par la transformation σ.
4. Démontrer que le quadrilatère ADΩB est un rectangle.

5. Dans cette question, le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(A\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, choisi de manière à ce que les points A, B, C et D aient comme affixes respectives 0, 1, i et 2i.

   (a) Démontrer que l'écriture complexe de la similitude s est :

   $z' = (1+\mathrm{i})z + 2 - \mathrm{i}$ où z et z' désignent respectivement les affixes d'un point M et de son image M' par s.

   (b) On note x et x', y et y' les parties réelles et les parties imaginaires de z et z'.

   Démontrer que $\left\{\begin{array}{lcl} x' & = & x - y + 2 \\ y' & = & x + y - 1 \end{array}\right.$

   (c) Soit J le point d'affixe $1 + 3\mathrm{i}$.

   Existe-t-il des points M du plan dont les coordonnées sont des entiers relatifs et tels que $\overrightarrow{AM'} \cdot \overrightarrow{AJ} = 0$, M' désignant l'image du point M par s ?

6 Extrait de Baccalauréat S Amérique du Nord 27 mai 2011

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $a = \mathrm{i}$ et $b = 1 + \mathrm{i}$.

On note : r_A la rotation de centre A, d'angle $\frac{\pi}{2}$, r_B la rotation de centre B, d'angle $\frac{\pi}{2}$ et r_O la rotation de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Partie A

On considère le point C d'affixe $c = 3\mathrm{i}$. On appelle D l'image de C par r_A, G l'image de D par r_B et H l'image de C par r_O.

On note d, g et h les affixes respectives des points D, G et H.

1. Démontrer que $d = -2 + \mathrm{i}$.
2. Déterminer g et h.
3. Démontrer que le quadrilatère CDGH est un rectangle.

Partie B

On considère un point M, distinct de O et de A, d'affixe m. On appelle N l'image de M par r_A, P l'image de N par r_B et Q l'image de M par r_O.

On note n, p et q les affixes respectives des points N, P et Q.

1. Montrer que $n = \mathrm{i}m + 1 + \mathrm{i}$. On admettra que $p = -m + 1 + \mathrm{i}$ et $q = -\mathrm{i}m$.
2. Montrer que le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme.
3. (a) Montrer l'égalité : $\dfrac{m-n}{p-n} = \mathrm{i} + \dfrac{1}{m}$.

   (b) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Déterminer l'ensemble (Γ) des points M tels que le quadrilatère $MNPQ$ soit un rectangle.

7 Extrait de Baccalauréat S Asie 21 juin 2011

Dans le plan complexe on considère les points A, B et C d'affixes respectives

$a = -2$, $b = 5\mathrm{i}$ et $c = 4$ ainsi que les carrés ABIJ, AKLC et BCMN, extérieurs au triangle ABC, de centres respectifs S, T et U.

La figure est donnée en **annexe 2**.

1. Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.En déduire que le point J a pour affixe $-7 + 2\mathrm{i}$.

   On admettra que l'affixe du point K est $-2 - 6\mathrm{i}$.
2. Justifier que les droites (BK) et (JC) sont perpendiculaires et que les segments [BK] et [JC] ont la même longueur. Calculer cette longueur.
3. (a) Calculer les affixes des points S et T.

   (b) Déterminer l'affixe du point U.

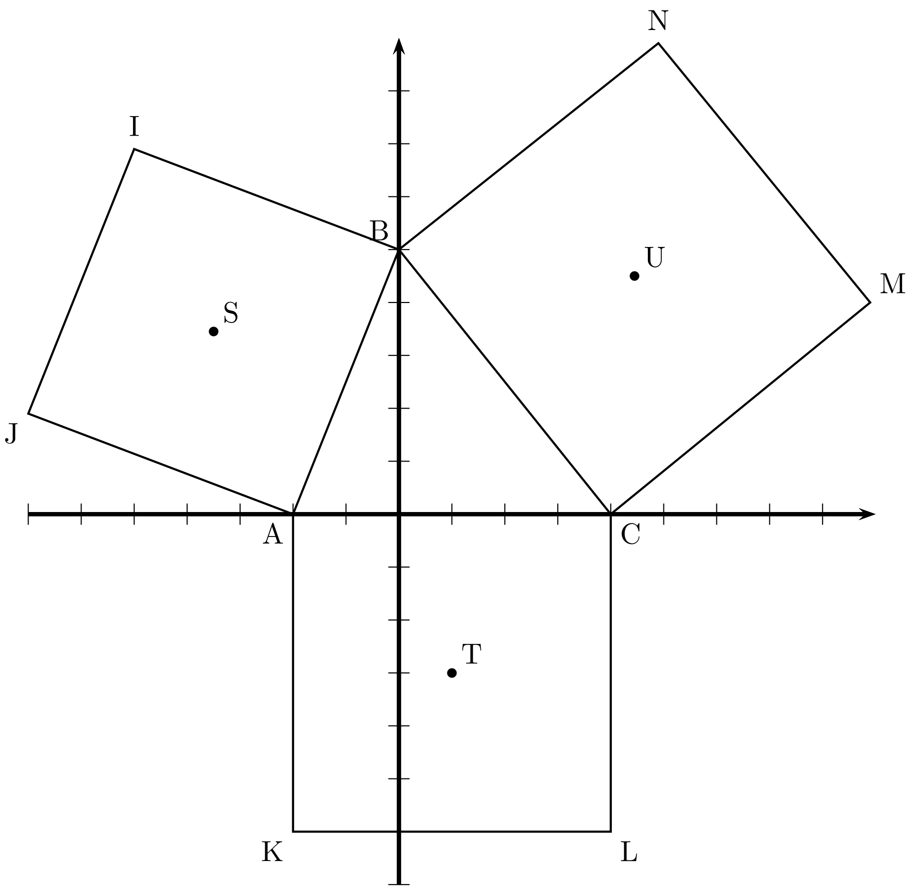
   (c) Démontrer que la droite (AU) est une hauteur du triangle STU.
4. Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\mathrm{JC}}, \overrightarrow{\mathrm{AU}}\right)$.
5. On admet que les droites (BK) et (JC) se coupent au point V d'affixe

   $v = -0,752 + 0,864\mathrm{i}$.

   (a) Établir que les points A, V et U sont alignés.

   (b) Que représente la droite (AU) pour l'angle $\widehat{\mathrm{BVC}}$?

Annexe 2



8 Extrait de Baccalauréat S Centres étrangers 16 juin 2011

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse qui n'est pas justifiée ne sera pas prise en compte.

Toute justification incomplète sera valorisée.

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Question 1

On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + \text{i}, \quad b = 3\text{i}, \quad c = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right) + \text{i}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\right).$$

Affirmation

Le triangle ABC est un triangle équilatéral.

Question 2

On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$, la transformation f dont une écriture complexe est : $z' = \left(\dfrac{2\text{i}}{\sqrt{3}+\text{i}}\right)z$.

Affirmation

La transformation f est la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

Question 3

On considère le nombre complexe $a = \left(-\sqrt{3}+\text{i}\right)^{2\,011}$.

Affirmation

Le nombre complexe a est un nombre imaginaire pur.

Exercice 2 Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Question 3

On considère, dans le plan complexe, les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1+\text{i} \quad ; \quad b = 3\text{i} \quad ; \quad c = \left(1-2\sqrt{2}\right)+\text{i}\left(1-\sqrt{2}\right).$$

Affirmation

Le point C est l'image du point B par la similitude directe de centre A, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

Question 4

On considère, dans le plan complexe, les points A et B d'affixes respectives :

$$a = 1+\text{i} \quad ; \quad b = 2-\text{i}.$$

Soit f la similitude d'écriture complexe : $z' = \left(-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\text{i}\right)\overline{z}+\left(\dfrac{12}{5}+\dfrac{6}{5}\text{i}\right)$.

Affirmation

La transformation f est la réflexion d'axe (AB).

9 Extrait de Baccalauréat S Liban mai 2003

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$4z^2 - 12z + 153 = 0.$$

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$, d'unité graphique 1 cm on considère les points A, B, C, P d'affixes respectives : $z_{\mathrm{A}} = \dfrac{3}{2} + 6\mathrm{i}$,
$z_{\mathrm{B}} = \dfrac{3}{2} - 6\mathrm{i}$; $z_{\mathrm{C}} = -3 - \dfrac{1}{4}\mathrm{i}$, $z_{\mathrm{P}} = 3 + 2\mathrm{i}$ et le vecteur $\vec{w}$ d'affixe $z_{\vec{w}} = -1 + \dfrac{5}{2}\mathrm{i}$.
   (a) Déterminer l'affixe z_{Q} du point Q, image du point B dans la translation t de vecteur $\vec{w}$.
   (b) Déterminer l'affixe z_{R} du point R, image de P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\dfrac{1}{3}$.
   (c) Déterminer l'affixe z_{S} du point S, image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.
   Placer les points P, Q, R et S.
3. (a) Démontrer que le quadrilatère PQRS est un parallélogramme.
   (b) Calculer $\dfrac{z_{\mathrm{R}} - z_{\mathrm{Q}}}{z_{\mathrm{P}} - z_{\mathrm{Q}}}$.
   En déduire la nature précise du parallélogramme PQRS.
   (c) Justifier que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle, noté $\mathcal{C}$. On calculera l'affixe de son centre Ω et son rayon ρ.
4. La droite (AP) est-elle tangente au cercle $\mathcal{C}$?

10 Extrait de Baccalauréat S Métropole juin 2003

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$ (unité graphique : 2 cm), on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2$, $b = 1 - \mathrm{i}$ et $c = 1 + \mathrm{i}$.

1. (a) Placer les points A, B et C sur une figure.
   (b) Calculer $\dfrac{c-a}{b-a}$. En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.
2. (a) On appelle r la rotation de centre A telle que $r(\mathrm{B}) = \mathrm{C}$.
   Déterminer l'angle de r et calculer l'affixe d du point $\mathrm{D} = r(\mathrm{C})$.
   (b) Soit Γ le cercle de diamètre [BC].
   Déterminer et construire l'image Γ' du cercle Γ par la rotation r.
3. Soit M un point de Γ d'affixe z, distinct de C et M' d'affixe z' son image par r.
   (a) Montrer qu'il existe un réel θ appartenant à $\left[0~;~\dfrac{\pi}{2}\right[\cup \left]\dfrac{\pi}{2}~;~2\pi\right[$ tel que $z = 1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.
   (b) Exprimer z' en fonction de θ.
   (c) Montrer que $\dfrac{z'-c}{z-c}$ est un réel. En déduire que les points C, M et M' sont alignés.
   (d) Placer sur la figure le point M d'affixe $1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ et construire son image M′ par r.