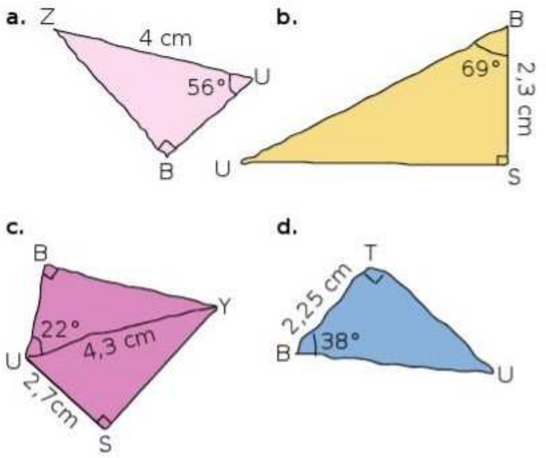
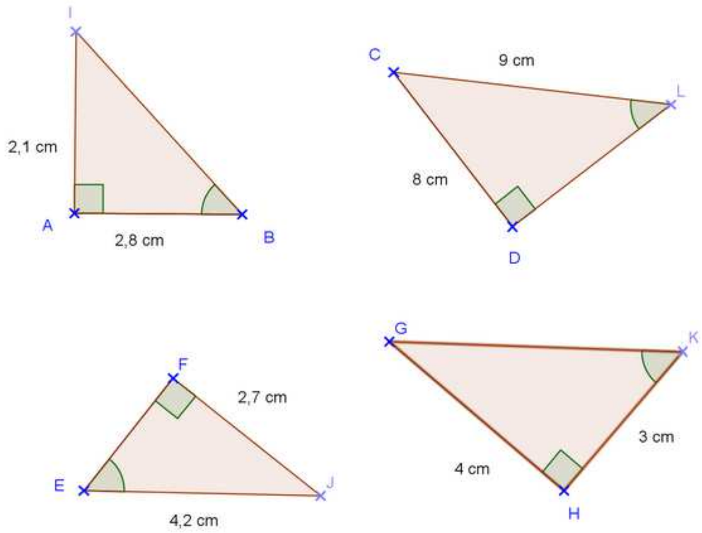
Exercice 1

Dans chaque triangle qui suit, **avec la trigonométrie** calculer la (les) longueur(s) manquante(s)



Exercice 2

Dans chaque triangle qui suit, **avec la trigonométrie** calculer l'angle marqué en vert puis la longueur manquante.



Exercice 3 (Valeurs exactes)

Calculer les valeurs exactes des expressions suivantes :

$$\cos\left(\frac{538\pi}{3}\right),\ \sin\left(\frac{123\pi}{6}\right),\ \tan\left(-\frac{77\pi}{4}\right).$$

Exercice 4 (Transformation de Fresnel)

1. Soient $\omega \in \mathbb{R}_+^*$, A et B deux réels. Montrer qu'il existe $C \in \mathbb{R}$ et $\varphi \in \mathbb{R}$ tels que :
   Quel que soit $t \in \mathbb{R}$, $A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = C\sin(\omega t + \varphi)$.
   De même déduire qu'il existe $C' \in \mathbb{R}$ et $\varphi' \in \mathbb{R}$ tels que :
   Quel que soit $t \in \mathbb{R}$, $A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = C'\cos(\omega t + \varphi')$.

2. Soient $\omega \in \mathbb{R}_+^*$, A_1, ..., $A_n \in \mathbb{R}$, φ_1, ... , $\varphi_n \in \mathbb{R}$.
   Montrer qu'il existe $C \in \mathbb{R}$ et $\varphi \in \mathbb{R}$ tels que :
   Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $\sum_{k=1}^{n} A_k \sin(\omega t + \varphi_k) = \sin(\omega t + \varphi)$.

Exercice 5 (Retrouver le sinus et la tangente connaissant le cosinus)

1. Soit x un nombre réel. Sachant que $\cos(x) = -\frac{4}{5}$, calculer
$$\cos(x-\pi),\ \cos(-\pi-x),\ \cos(x-2\pi),\ \cos(-x-2\pi).$$
2. On suppose de plus que $\pi \leq x < 2\pi$. Calculer $\sin(x)$ et $\tan(x)$.

Exercice 6 (Équations trigonométriques)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\sin x = \frac{1}{2}$
2. $\tan x = \sqrt{3}$
3. $\cos x = -1$
4. $\sin(3x) = 1$
5. $\cos(4x) = -2$
6. $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$

Exercice 7 (Équations trigonométriques)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\sin(5x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + x\right)$
2. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$
3. $\cos(3x) = \sin(x)$
4. $\tan x = 2\sin x$

Exercice 8 (Formule d'addition pour la fonction tangente et application)

Soit a, b deux nombres réels tels que a, b et $a+b \notin \frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}$.

1. Démontrer que
$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$$
2. En déduire que si $x \notin \frac{\pi}{4} + \pi\mathbb{Z}$, alors
$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{2}{\cos(2x)}.$$

Exercice 9 (Équations trigonométriques)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$. **2**. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

3. $\cos(3x) = \sin(x)$ **4**. $\tan x = 2\sin x$.

Exercice 10 (Équation du second degré)

Déterminer les réels x vérifiant $2\cos^2(x) + 9\cos(x) + 4 = 0$.

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\cos^2(x) - \sin^2(x) = \sin(3x)$.
2. $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$.

Exercice 12 (Un système)

Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant :

$$\begin{cases} 2\cos(x) - \sin(x) & = & \sqrt{3} + \frac{1}{2} \\ \cos(x) + 2\sin(x) & = & \frac{\sqrt{3}}{2} - 1. \end{cases}$$