Sommaire

Vous trouverez les corrections à l'adresse suivante : `https://www.apmep.fr/Concours-Avenir`

Ce texte figure sur la première page de chaque année de concours depuis 2020 :

CONSIGNES SPÉCIFIQUES

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.
Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.
L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.
Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.
Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e).
Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points**, tandis que **chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'un point**.

1 Extrait de CONCOURS AVENIR - 30 avril 2022

CALCUL NUMÉRIQUE, SUITES NUMÉRIQUES

Question 10

Soit n un entier naturel non nul. La somme $1+\frac{1}{\mathrm{e}}+\frac{1}{\mathrm{e}^2}+\ldots+\frac{1}{\mathrm{e}^n}$ est égale à :

a. $\dfrac{1-\mathrm{e}^n}{1-\mathrm{e}}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}-\mathrm{e}^{n+1}}{1-\mathrm{e}}$ **c.** $\dfrac{1-\mathrm{e}^{-n}}{1-\mathrm{e}}$ **d.** $\dfrac{\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-n}}{\mathrm{e}-1}$

Question 11

À cette heure, Bruno a déjà parcouru les deux tiers du trajet à effectuer pour aller travailler. La portion du trajet restant à faire représente quelle fraction de celle déjà effectuée ?

a. $\dfrac{1}{3}$ **b.** $\dfrac{1}{2}$ **c.** $\dfrac{2}{3}$ **d.** $\dfrac{1}{4}$

Attention ! Les questions 12 à 14 nécessitent la connaissance préalable de la définition suivante :

Définition *: Si a est un nombre réel, on appelle « racine cubique de a », et on note $\sqrt[3]{a}$, l'unique réel qui, élevé au cube, est égal à a.*
Par exemple, $\sqrt[3]{27}=3$ car $3^3=27$; $\sqrt[3]{-8}=-2$ car $(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$.

Question 12

Si a désigne un nombre réel, alors on a :

a. $\sqrt[3]{\mathrm{e}^a}=\mathrm{e}^{3a}$ **b.** $\sqrt[3]{\mathrm{e}^a}=\mathrm{e}^{\frac{a}{3}}$ **c.** $\sqrt[3]{\mathrm{e}^a}=\mathrm{e}^{\sqrt[3]{a}}$ **d.** $\sqrt[3]{\mathrm{e}^a}=\dfrac{\mathrm{e}^a}{3}$

Question 13

Soit a un nombre réel strictement positif et b la racine cubique de a : $b=\sqrt[3]{a}$.

Alors on a :

a. $\ln(a)=\dfrac{1}{3}\ln(b)$ **b.** $\ln(a)=3\ln(b)$ **c.** $\mathrm{e}^a=\mathrm{e}^{3b}$ **d.** $\mathrm{e}^b=\mathrm{e}^{3a}$

Question 14

Combien existe-t-il de nombres réels égaux à leurs propres racines cubiques ?

a. 0 **b.** 1 **c.** 3 **d.** une infinité

FONCTIONS

Question 16

Soit f une fonction définie, deux fois dérivable, et convexe sur $\mathbb{R}$.

Pour tout nombre réel a, on a :

a. $f(x) > f'(a) \times (x - a) + f(a)$ pour tout réel x **b.** $f(x) \geqslant f'(a) \times (x - a) + f(a)$ pour tout réel x

c. $f(x) < f'(a) \times (x - a) + f(a)$ pour tout réel x **d.** $f(x) \leqslant f'(a) \times (x - a) + f(a)$ pour tout réel x

Question 17

Un point fixe d'une fonction g est un nombre réel x tel que $g(x) = x$.

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(2) = 4$ et $f(4) = 2$.

On peut alors affirmer que les réels 2 et 4 sont des points fixes de la fonction :

a. $f \circ f$ **b.** $f \times f$ **c.** f **d.** $f + 2$

Question 18

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

a. Si $f'(a) = 0$, alors f possède un extremum local atteint en $x = a$.

b. Si $f'(a) \neq 0$, alors f possède un extremum local atteint en $x = a$.

c. Si f possède un extremum local atteint en $x = a$, alors $f'(a) = 0$.

d. Si f possède un extremum local atteint en $x = a$, alors $f'(a) \neq 0$.

Question 19

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathcal{P}$ la parabole d'équation $y = x^2$.

Soient a et b deux nombres réels distincts, A et B les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives a et b :

$$\mathrm{A}\left(a\ ;\ a^2\right) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{B}\left(b\ ;\ b^2\right)$$

La pente de la sécante(AB) est égale à :

a. $a - b$ **b.** $b - a$ **c.** $a + b$ **d.** $b^2 - a^2$

Question 20

f est une fonction définie sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0[$ et telle que pour tout $x<0$, on a :

$$\ln\left(\mathrm{e}^{f(x)}+1\right)=f(x)-x.$$

On peut alors affirmer que pour tout réel x appartenant à $]-\infty\ ;\ 0[$, on a : $f(x)=$

a. $-\ln\left(\mathrm{e}^{x}-1\right)$ **b.** $-\ln\left(1-\mathrm{e}^{x}\right)$ **c.** $-\ln\left(\mathrm{e}^{-x}-1\right)$ **d.** $-\ln\left(1-\mathrm{e}^{-x}\right)$

Question 21

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=a\mathrm{e}^{bx}$ où a et b sont deux réels.

Sachant que la tangente à la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé en $x=0$ admet $y=2x-1$ pour équation réduite, on peut affirmer que :

a. $a<0$ et $b<0$ **b.** $a<0$ et $b>0$ **c.** $a>0$ et $b<0$ **d.** $a>0$ et $b>0$

Question 22

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\ln\left(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}\right)$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y=ax$ où a est un nombre réel.

La courbe $\mathcal{C}_f$ possède une tangente parallèle à $\mathcal{D}$ si, et seulement si, a appartient à l'intervalle :

a. $[-1\ ;\ 1[$ **b.** $]-\infty\ ;\ -1]$ **c.** $]1\ ;\ +\infty[$ **d.** $]-1\ ;\ 1[$

Question 23

Soient a et b deux nombres réels tels que : $0<a<b$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Γ la courbe représentative de la fonction ln, et A et B les points de Γ d'abscisses respectives a et b :

$$(a\ ;\ \ln(a)) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{B}(b\ ;\ \ln(b))$$

L'abscisse du point de Γ en lequel la tangente à Γ est parallèle à la droite (AB) est égale à :

a. $\dfrac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{b-a}$ **b.** $\dfrac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{a-b}$ **c.** $\dfrac{\ln(b)-\ln(a)}{b-a}$ **d.** $\dfrac{b-a}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

Question 24

Soient a et b deux nombres réels distincts et strictement positifs.

Quelle est l'unique solution de l'équation d'inconnue x suivante : $a\mathrm{e}^{bx} = b\mathrm{e}^{ax}$?

a. $\dfrac{a}{b}\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$ **b.** $\dfrac{a}{b}\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)$ **c.** $\dfrac{\ln(b)-\ln(a)}{b-a}$ **d.** $\dfrac{\ln(a)-\ln(b)}{b-a}$

Question 25

Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$.

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

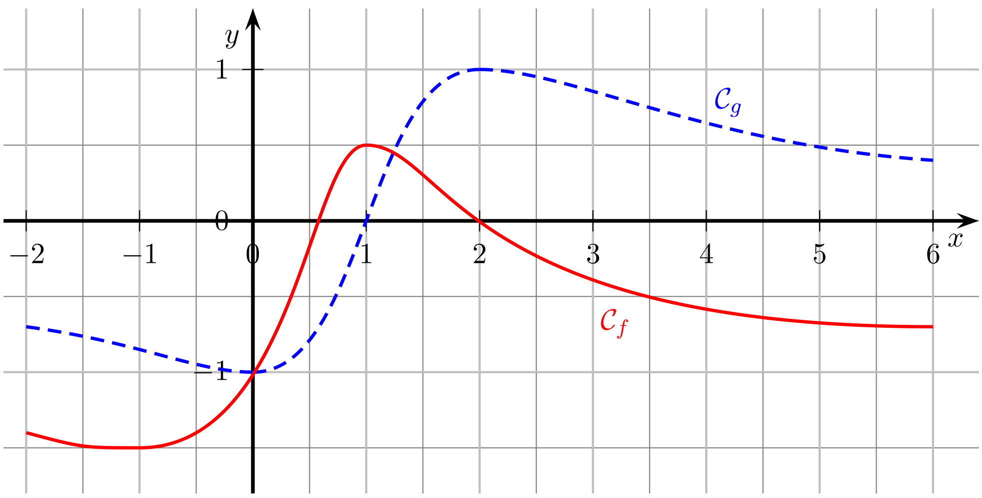
La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 coupe l'axe $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath}\right)$ au point d'abscisse :

a. 0 **b.** $\ln(2)$ **c.** $\ln\left(\dfrac{1}{4}\right)$ **d.** $\dfrac{1}{2}$

Attention ! Pour les questions 26 à 29, f et g désignent deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]-2\ ;\ 6[$.

Une représentation graphique est donnée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.

La courbe représentative de f est en trait plein, celle de g est en pointillés.



Question 26

On peut affirmer que :

a. $(f \circ g)(2) < (g \circ f)(2)$

b. $(f \circ g)(2) = (g \circ f)(2)$

c. $(f \circ g)(2) > (g \circ f)(2)$

d. il est impossible de comparer $(f \circ g)(2)$ et $(g \circ f)(2)$

Question 27

Si h désigne la fonction $g \circ f$, alors :

a. $h'(1) = 0$ **b.** $h'(1) = 1$ **c.** $h'(1) = -1$ **d.** $h'(1) = 2\,021$

Question 28

On peut affirmer que :

a. les antécédents de 0 par la fonction $g \circ f$ sont $\frac{1}{2}$ et 2

b. 1 est l'unique antécédent de 0 par la fonction $g \circ f$

c. les antécédents de 0 par la fonction $g \circ f$ sont $\frac{1}{2}$, 1 et 2

d. 0 ne possède pas d'antécédent par la fonction $g \circ f$.

Question 29

Sur l'intervalle $]2\,;\,6[$, la fonction $g \circ f$

a. est strictement décroissante

b. est strictement croissante

c. est constante

d. change de sens de variation

Question 30

Soit u une fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Sachant que u est convexe sur $\mathbb{R}$, on peut affirmer que la fonction e^u est :

a. concave sur $\mathbb{R}$ **b.** convexe sur $\mathbb{R}$ **c.** convexe puis concave **d.** concave puis convexe

PRIMITIVES

Question 31

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. Ces deux fonctions sont « liées » par la propriété suivante :

Si une fonction h est une primitive de f, alors la fonction k définie par $k(x) = h(x) + 2x$ est une primitive de g. On peut alors affirmer que :

a. $f' = g'$

b. $f' = g' - 2$

c. $f' = g' + 2$

d. Les précédentes propositions sont fausses

Question 32

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln(x)$ et F sa primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ qui s'annule en $x = \mathrm{e}$.

L'équation de la tangente à la courbe représentative de F dans le plan muni d'un repère orthonormé au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$ est donnée par :

a. $y = \dfrac{x+\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ **b.** $y = \dfrac{x}{\mathrm{e}+1}$ **c.** $y = \dfrac{x-\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ **d.** $y = \dfrac{x-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}$

Question 33

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^x - x}$.

Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$, alors F est :

a. concave sur $\mathbb{R}$

b. concave sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et convexe sur $]0\ ;\ +\infty[$

c. convexe sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et concave sur $]0\ ;\ +\infty[$

d. convexe sur $\mathbb{R}$

Question 34

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

On désigne par F_1 et F_2 les primitives sur $\mathbb{R}$ de f telles que : $F_1(1) = \dfrac{\pi}{4}$ et $F_2(1) = 0$.

Sachant que $F_1(0) = 0$, on a $F_2(0) =$

a. $-\dfrac{\pi}{2}$ **b.** $-\dfrac{\pi}{4}$ **c.** 0 **d.** $\dfrac{\pi}{2}$

Question 35

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

Sachant que f est une primitive de g et que la courbe représentative de f admet pour tangente au point d'abscisse 1 la droite d'équation $y = 2x - 3$, on peut affirmer que :

a. $g(1) = -3$ **b.** $g(1) = -11$ **c.** $g(1) = 2$ **d.** $g(1) = 5$

2 Extrait de CONCOURS AVENIR - 25 avril 2021

CALCUL NUMÉRIQUE, SUITES NUMÉRIQUES

1. Combien existe-t-il de nombre(s) réel(s) égaux à leurs inverses ?

a. Aucun

b. Un unique

c. Exactement deux

d. Une infinité

2. Quels que soient les réels a, b et c, on a : $(a+b)^2-(a+c)^2=$

a. $(b-c)(2a+b+c)$

b. $(b-c)(a+2b+c)$

a. $(b-c)(a+b+2c)$

d. (a - c)(a + 2b + c)

3. Soient $a=\dfrac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ et $b=\sqrt{7}$. On peut alors affirmer que :

a. $a<b$

b. $a>b$

c. $a=b$

les nombres a et b ne peuvent pas être comparés

4. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on peut affirmer que la somme des n premiers entiers pairs non nuls $2+4+\ldots+2n$ est égale à :

a. $\dfrac{n(n+1)}{2}$

b. $\dfrac{2n(n+1)}{2}$

c. $\dfrac{n(2n+1)}{2}$

d. $\dfrac{2n(2n+1)}{2}$

FONCTIONS

5. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\sum_{k=1}^{n} x^k = 1+x+\ +\ldots+x^n$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation :

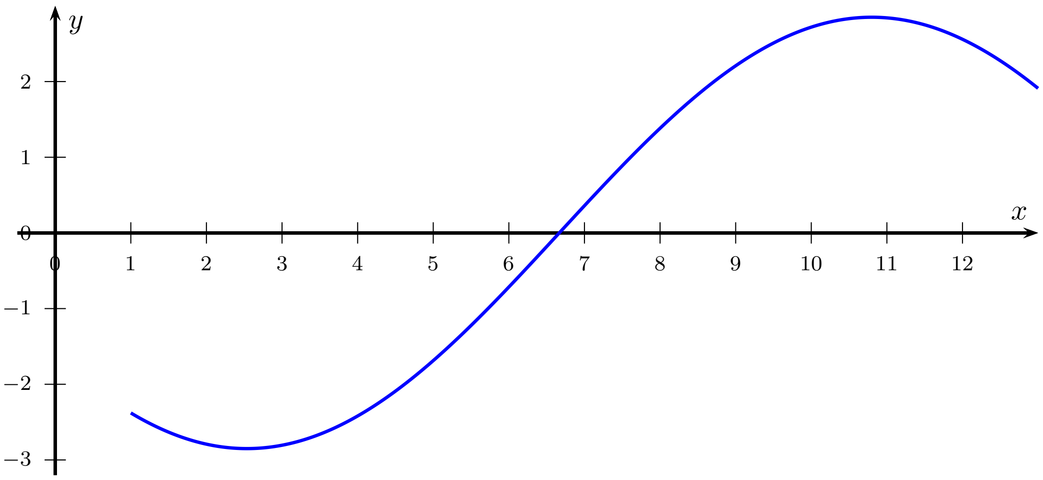
a. $y = \dfrac{n(n+1)}{2}x + \dfrac{n-n^2}{2}$

b. $y = \dfrac{n(n+1)}{2}x + \dfrac{n+2-n^2}{2}$

c. $y = \dfrac{n(n+1)}{2}x + \dfrac{n-n^2}{2}$

d. $y = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}x + \dfrac{n+2-n^2}{2}$

6. On donne ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative d'une fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,13]$:



Combien l'équation $f'(x) = 0$ possède-t-elle de solution(s) dans l'intervalle $[1\,;\,13]$?

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

7. On admet que, pour tout nombre réel x, on a :

$$e^x \geqslant x + 1$$

On peut alors affirmer que pour tout nombre réel x, on a :

a. $e^{-x^2} \leqslant (x-1)(x+1)$

b. $e^{-x^2} \leqslant -x^2 + 1$

c. $e^{-x^2} \geqslant x^2 - 1$

d. $e^{-x^2} \geqslant (1-x)(1+x)$

8. Pour tout réel x, on a : $\ln\left(\dfrac{1+e^x}{1+e^{-x}}\right) =$

a. e^x

b. e^{2x}

c. x

d. $2x$

9. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \mathrm{e}^{x\mathrm{e}^x}$

   On a alors $f'(x) =$

   a. $\mathrm{e}^{x\mathrm{e}^x}$

   b. $(x+1)\mathrm{e}^{x\mathrm{e}^x}$

   c. $(x+1)\mathrm{e}^{(x+1)\mathrm{e}^x}$

   d. $(x+1)\mathrm{e}^{x(\mathrm{e}^x+1)}$

10. Sachant que $a > 0$ et que la fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln\left(\mathrm{e}^{ax} + \mathrm{e}^{-ax}\right)$$

   est telle que $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 8$, on peut affirmer que :

   a. $a = 1$

   b. $a = 2$

   c. $a = 4$

   d. $a = 8$

11. Le domaine de définition de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2\right)$ est égal à :

   a. $\mathbb{R}^*$

   b. $\mathbb{R}$

   c. $]0\ ;\ +\infty[$

   d. $[0\ ;\ +\infty[$

12. Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et telle que $f'(0) = 0$.

   Sachant que f est concave, on peut affirmer que f est :

   a. à valeurs positives ou nulles sur $[0\ ;\ +\infty[$

   b. à valeurs négatives ou nulles sur $[0\ ;\ +\infty[$

   c. croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$

   d. décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$

13. Quel est l'antécédent par la fonction exponentielle de l'antécédent par la fonction logarithme népérien de 0 ?

   a. 0

   b. 1

   c. e

   d. Celui-ci n'existe pas parce que la fonction ln n'est pas définie

14. La somme $S = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{6}{7}}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{7}{8}}\right)$ est égale à :

a. $\frac{1}{2}\ln(2)$ **c.** $-\frac{3}{2}\ln(2)$

b. $-\frac{1}{2}\ln(2)$ **d.** $\frac{3}{2}\ln(2)$

15. Soit sh la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ et α une solution de l'équation $\ln\left(e^x - e^{-x}\right) = 1$. On peut alors affirmer que :

a. $\ln(sh(\alpha) < 0$ **c.** $\ln(sh(\alpha) = 0$

b. $\ln(sh(\alpha) > 0$ **d.** Aucune de ces réponses n'est correcte

16. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{2x}$$

L'équation de la tangente à la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé en son point d'inflexion a pour équation :

a. $y = -e^{-2}x - 2e^{-2}$ **c.** $y = 3e^2x - 2e^2$

b. $y = -3e^{-4}x - 8e^{-4}$ **d.** $y = 5e^{-2}x - 8e^2$

17. La fonction f, définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2[2\ln(x) - 3]$$

est

a. concave sur $]0\,;1[$, convexe sur $]1\ ;\ +\infty[$ **b.** concave sur $]0\,;1[$, convexe sur $]e\ ;\ +\infty[$

b. convexe sur $[0\,;1[$, concave sur $]1\ ;\ +\infty[$ **d.** convexe sur $]0\ ;\ e[$, concave sur $]e\ ;\ +\infty[$

18. On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} =$

a. 0 **c.** $-\infty$

b. 1 **d.** $+\infty$

19. Soient u et v deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ telles que :

$$\lim_{x \to +\infty} u(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} v(x) = +\infty$$

Sachant de plus que v est impaire, on peut affirmer que la fonction $f = v \circ u$, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = v[u(x)]$ est telle que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

a. 0

b. $+\infty$

c. $-\infty$

d. Aucune de ces réponses n'est correcte

PRIMITIVES

20. Soit f la fonction définie sur   par $f(x) = \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{2x+5} - 2$.

La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 3 a pour expression $F(x) =$

a. $\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{2x+5} - 2x + 6 - \dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{11}$

b. $\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{2x+5} - \dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{5} + 3$

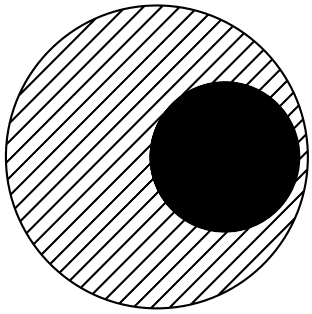
c. $\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{2x+5} - 2x$

d. Aucune de ces réponses n'est correcte

3 Extrait de CONCOURS AVENIR - 25 avril 2020

GÉOMÉTRIE DU PLAN

1. On a représenté ci-dessous deux disques, l'un de 2 cm de diamètre inclus dans l'autre, de 4 cm de diamètre :



Quelle est l'aire en cm^2 de la partie hachurée ?

a. 2π **b.** 6π **c.** 3π **d.** 12π

CALCUL NUMÉRIQUE, SUITES NUMÉRIQUES

2. On définit la partie entière d'un nombre réel comme étant le plus grand entier qui lui est inférieur ou égal. Quelle est la partie entière de $\sqrt{99}$?

a. 9 **b.** 10 **c.** 99 **d.** 100

3. Combien existe-t-il de nombre(s) réel(s) a tel(s) que l'égalité suivante :

$$a^n + a^n = a^{n+1}$$

soit vraie, quel que soit l'entier naturel non nul n ?

a. Aucun **b.** Un unique **c.** Exactement deux **d.** Une infinité

4. Combien existe-t-il d'entier(s) relatif(s) tel(s) que leur produit avec leur prédécesseur et leur successeur est égal au triple de cet entier ?

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

5. Soit (a_n) une suite définie pour tout entier naturel n et qui diverge vers $+\infty$, c'est-à -dire : $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.
   Soit (u_n) la suite définie pour $n \geqslant 2$ par :

$$u_n = a_n \left(\ln \left(\frac{n+1}{n^2-1} \right) + \ln(n-1) \right).$$

   On peut alors affirmer que : (u_n)

   a. diverge vers $+\infty$ **b.** converge vers 0 **c.** converge vers 1 **d.** diverge vers $-\infty$

6. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 > 0 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \mathrm{e}^{-u_n} - 1.$$

   On peut alors affirmer que la suite (u_n) :

   a. est à termes strictement positifs **b.** est à termes strictement négatifs

   c. est à termes alternativement strictement positifs et strictement négatifs **d.** possède au moins un terme nul

7. Soient f la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 + 1$$

   et (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = f(u_n).$$

   On peut alors affirmer que les termes de la suite (u_n) :

   a. ne sont pas tous entiers **b.** sont tous des entiers pairs

   c. sont tous des entiers impairs **d.** sont tous entiers alternativement pairs et impairs

8. Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies pour tout entier naturel n, strictement décroissantes, à termes strictement positifs. On définit la suite (p_n) pour tout entier naturel n par :

$$p_n = u_n \times v_n.$$

   On peut alors affirmer que la suite (p_n) est :

a. strictement décroissante

b. strictement croissante

c. strictement croissante puis strictement décroissante

d. strictement décroissante puis strictement croissante

9. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \begin{cases} n & \text{si } n \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

On peut alors affirmer que la suite (u_n) est :

a. strictement croissante

b. strictement décroissante

c. non monotone

d. constante

10. Soit n un entier naturel. La somme de tous les entiers relatifs de $-n$ à $2n$ est égale à :

a. n

b. $\dfrac{n \times 3n}{2}$

c. $\dfrac{n(3n+1)}{2}$

d. $\dfrac{(n-1)(3n+1)}{2}$

11. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \sum_{k=0}^{2n} (-2)^k = 1 + (-2)^1 + (-2)^2 + \ldots + (-2)^{2n}.$$

On peut alors affirmer que la suite (u_n) est :

a. strictement croissante

c. constante

b. strictement décroissante

d. non monotone

FONCTIONS

12. La fonction f d'expression $f(x) = \dfrac{x}{x}$ est définie sur :

a. $\mathbb{R}$

c. $\{1\}$

b. $\mathbb{R}*$

d. $]1\ ;\ +\infty[$

13. Soient f et g les fonctions respectivement définies sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ et $]-\infty\ ;\ 1[\cup]1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{x}{x-1}$$

La fonction $\dfrac{f}{g}$ est alors définie sur :

a. $]-\infty\ ;\ +\infty[$

b. $]-\infty\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ +\infty[$

c. $]-\infty\ ;\ 1[\cup]1\ ;\ +\infty[$

d. $]-\infty\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1[\cup]1\ ;\ +\infty[$

14. Soit f la fonction carrée et $\mathcal{P}$ sa parabole représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé. Soient a et b deux réels distincts, A et B les points de $\mathcal{P}$de coordonnées respectives : $A\left(a\ ;\ a^2\right)$ et $B\left(b\ ;\ b^2\right)$.
En quelle abscisse la parabole $\mathcal{P}$ possède-t-elle une tangente parallèle à la droite (AB) ?

a. $\dfrac{a+b}{2}$

b. $a+b$

c. $\sqrt{ab}$

d. $\dfrac{\sqrt{ab}}{2}$

15. Soit u une fonction définie et dérivable sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ et f la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}$.
On admet que dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de f possède une tangente au point d'abscisse 2 qui a pour équation : $y = -3x + 7$.
Le nombre $u'(2)$ est égal à :

a. -3

b. 7

c. e^{-3}

d. $-3\mathrm{e}^{-3}$

16. Soit f une fonction définie et dérivable sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$. On définit sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ la fonction g par : $g(x) = f(-2\,021x)$.
Sachant que f est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et strictement croissante sur $]0\ ;\ +\infty[$, on peut affirmer que :

a. g est strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$

b. g est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$

c. g est strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et strictement décroissante sur $]0\ ;\ +\infty[$

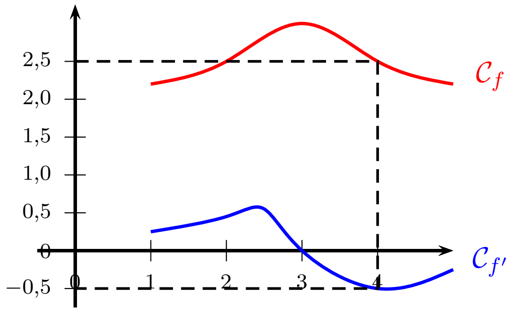
d. g est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et strictement croissante sur $]0\ ;\ +\infty[$

17. Pour $x > 0$, nous pouvons affirmer que $\exp\left(\ln x + 2\,021 \ln\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$ est égal à :

a. $x^{2\,020}$ **b.** $-x^{2\,020}$ **c.** $\left(\dfrac{1}{x}\right)^{2\,020}$ **d.** $-\left(\dfrac{1}{x}\right)^{2\,020}$

18. Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,5)$.

On donne ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et f' dans le plan muni d'un repère orthonormé :

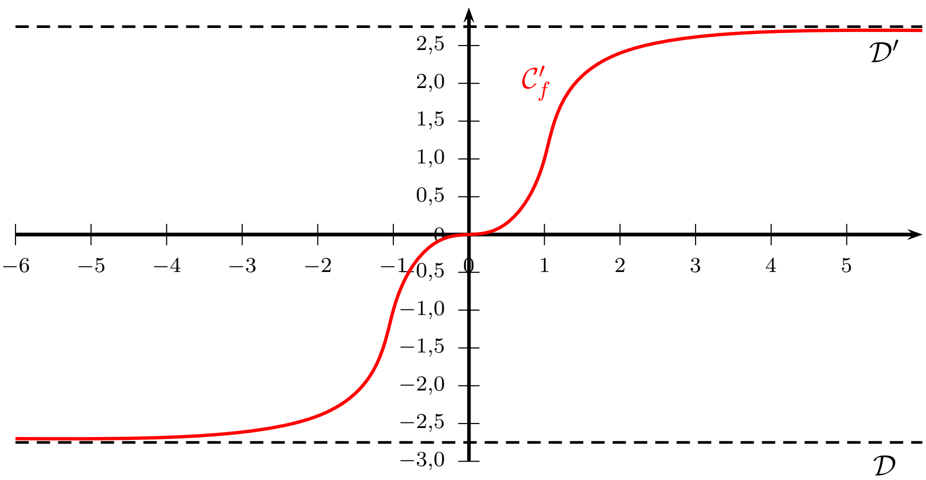


Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = 4$ est donnée par :

a. $y = -\dfrac{x}{2} + 2,5$ **b.** $y = -\dfrac{x}{2} + 4,5$ **c.** $y = 2,5x - 0,5$ **d.** $y = -2,5x - 0,5$

19. Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur $]-\infty\,;\,+\infty[$ telles que : $g(x) = f(x) - 4x$.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f', dans le plan muni d'un repère orthonormé. Celle-ci admet les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$, également représentées ci-dessous, comme asymptotes horizontales.



On peut alors affirmer que :

a. g est croissante sur $]-\infty;+\infty[$

b. g est décroissante sur $]-\infty\,;\,+\infty[$

c. g est croissante sur $]0\,;\,+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\,;\,0[$

d. g est décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$ et croissante sur $]-\infty\,;\,0[$

20. Soient a un réel strictement positif et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(1 + ae^x)$

On peut alors affirmer que :

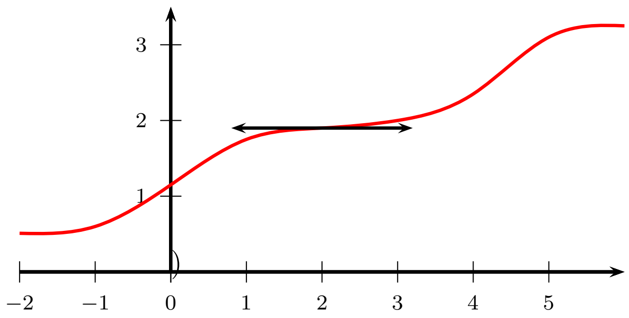
a. les limites en $-\infty$ et $+\infty$ de la fonction f' ne dépendent pas de a

b. contrairement à la limite en $+\infty$, la limite en $-\infty$ de la fonction f' dépend de a

c. contrairement à la limite en $-\infty$, la limite en $+\infty$ de la fonction f' dépend de a

d. les limites en $-\infty$ et $+\infty$ de la fonction f' dépendent toutes les deux de a

21. Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2 \,;\, 6]$ dont on donne ci après la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé :



La tangente à la courbe au point d'abscisse 2 est parallèle à l'axe des abscisses.

Parmi les quatre tableaux de signes suivants, quel est celui de la fonction f' ?

a.

x	-2		2		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

b.

x	-2		2		6
$f'(x)$		$-$	0	$-$	

c.

x	-2		2		6
$f'(x)$			$+$		

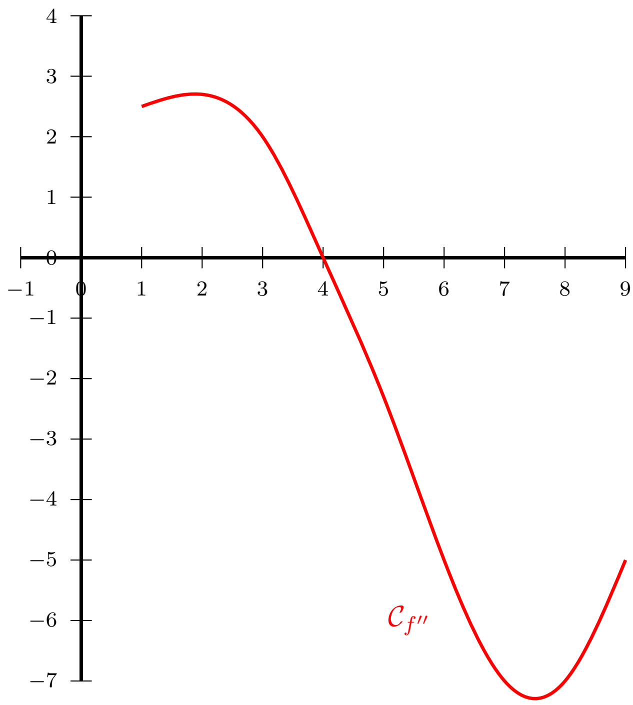
d.

x	-2		2		6
$f'(x)$		$+$	0	$+$	

22. Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[1\,;\,9]$.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 4 a pour équation $y = -1,2x + 3$.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f'' (dérivée de la fonction f') :



On peut alors affirmer que la fonction f est :

a. strictement décroissante sur $]1\,;\,4[$ et strictement croissante sur $]4\,;\,9[$

b. strictement croissante sur $]1\,;\,4[$ et strictement décroissante sur $]4\,;\,9[$

c. strictement décroissante sur $]1\,;\,9[$

d. strictement croissante sur $]1\,;\,9[$

23. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$.

L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé en son unique point d'inflexion est :

a. $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{2}$

b. $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{2}$

c. $y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{2}$

d. $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{2}$

24. Sachant que $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(1 + u(x)) = 0$, on peut affirmer que $\lim\limits_{x \to +\infty} u(x) =$

a. 0

b. $+\infty$

c. $-\infty$

d. 1

25. On donne : $\lim\limits_{X \to 0} X \ln(X) = 0$ et $\lim\limits_{X \to 0} \dfrac{\ln(1+X)}{X} = 1$.
On peut alors affirmer que : $\lim\limits_{x \to 0} \ln(x) \times \ln(2\,021x + 1) =$

a. 0

b. 1

c. $2\,021$

d. $\dfrac{1}{2\,021}$

Ce texte figure sur la première page de chaque année de concours avant 2019 :

Lire attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti.

La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale.

Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points**, tandis que **chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'un point**.

4 Extrait de CONCOURS AVENIR - 8 MAI 2019

Géométrie plane et nombres complexes

Pour les questions 9, 10 et 11, on considère l'algorithme suivant :

```
Variables
  x, y, z : nombres réels
Début algorithme
  Saisir x, y, z
  Si (x − 2)² + (y + 5)² = z² alors :
    Afficher « Vrai »
  Sinon :
    Afficher « Faux »
Fin algorithme
```

26. Que permet de faire cet algorithme ?

    (a) Tester si un point appartient à une droite.

    (b) Tester si un point est sur un côté d'un triangle.

    (c) Tester si un triangle est rectangle.

    (d) Tester si un point appartient à un cercle.

27. Si l'utilisateur de cet algorithme entre une valeur négative pour z, alors :

    (a) On obtient toujours « Vrai », quelles que soient les valeurs de x et de y.

    (b) On obtient un message d'erreur car l'algorithme ne fonctionne pas.

    (c) On obtient toujours « Faux », quelles que soient les valeurs de x et de y.

    (d) L'affichage dépend des valeurs de x et de y.

28. Dans quel cas obtient-on « Vrai » ?

    a. $x = 3,\ y = 4,\ z = 5$; **b.** $x = 1,\ y = 1,\ z = 2$;

    c. $x = 2,\ y = -5,\ z = -3$; **d.** $x = 5,\ y = -1,\ z = 5$.

29. Un carré a une aire égale à 48 cm^2. La longueur de l'une de ses diagonales est égale à :

    a. $4\sqrt{6}$ cm ; **b.** $8\sqrt{3}$ cm ; **c.** $8\sqrt{6}$ cm ; **d.** $4\sqrt{3}$ cm.

30. On note j un nombre complexe, solution de l'équation $1 + z + z^2 = 0$.

    On peut affirmer que $\left(\mathrm{j} + \mathrm{j}^2 + \mathrm{j}^3\right)^3$ est égal à :

    a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** j ; **d.** j^2.

31. La partie réelle du nombre complexe $2\mathrm{i}\left(1 + \mathrm{i} + \cos\dfrac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ est égale à :

    a. 3 ; **b.** $-2 - \sqrt{3}$ **c.** $\dfrac{3}{2}$ **d.** $\dfrac{2 + \sqrt{3}}{2}$

32. On note $\mathscr{R}e(z)$ la partie réelle et $\mathscr{I}m(z)$ la partie imaginaire d'un nombre complexe z.

    Si z_1 et z_2 désignent deux nombres complexes non nuls, alors $\mathscr{R}e\left((z_1 + \mathrm{i}z_2)(1 + \mathrm{i})\right)$ est égale à :

    a. $\mathscr{R}e\left(z_1 - z_2\right) - \mathscr{I}m\left(z_1 + z_2\right)$; **b.** $\mathscr{R}e\left(z_1\right) - \mathscr{I}m\left(z_2\right)$;

    c. $\mathscr{R}e\left(z_1 - z_2\right)$; **d.** $\mathscr{I}m\left(z_1\right) - \mathscr{R}e\left(z_2\right)$.

33. Si $z = \cos\dfrac{\pi}{8} + \mathrm{i}\sin\dfrac{\pi}{8}$, alors z^8 est égal à :

a. 1 ; **b.** i **c.** -1 **d.** $-\mathrm{i}$

34. Soit p un nombre réel et (E) l'équation suivante :

$$2pz^2 + (1-p)z + 2p = 0.$$

À quel ensemble doit appartenir p pour que (E) ait deux racines complexes conjuguées distinctes ?

a. $\left[-\dfrac{1}{3}\ ;\ \dfrac{1}{5}\right]$. **b.** $\left]-\dfrac{1}{3}\ ;\ \dfrac{1}{5}\right[$

c. $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right] \cup \left[\dfrac{1}{5}\ ;\ +\infty\right[$; **d.** $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right] \cup \left[\dfrac{1}{5}\ ;\ +\infty\right[$

35. Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes d'arguments respectifs :

$$\arg\ (z_1) = \frac{5\pi}{8} \quad \text{et} \quad \arg\ (z_2) = \frac{5\pi}{6} \quad \text{dans }]-\pi\ ;\ \pi].$$

.

On peut alors affirmer que la valeur dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ de $\arg\left(z_1 \times z_2^3\right)$ est :

a. $\dfrac{\pi}{2}$; **b.** $-\dfrac{7\pi}{8}$; **c.** $\dfrac{7\pi}{8}$ **d.** $-\dfrac{\pi}{2}$

36. Dans le plan complexe, on appelle A le point d'affixe $(-2+3\mathrm{i})$ et I le point d'affixe $(5+6\mathrm{i})$.

Le symétrique de A par rapport à I a pour affixe :

a. $-9-2\mathrm{i}$; **b.** $-3+\dfrac{11}{2}\mathrm{i}$; **c.** $-9+13\mathrm{i}$; **d.** $12+9\mathrm{i}$.

37. Dans le plan complexe, on considère trois points distincts A, B, C d'affixes respectives z_{A}, z_{B}, z_{C} avec :

$$\mathrm{AB} = 8 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \frac{z_{\mathrm{C}} - z_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{A}}} = \frac{3}{4}\mathrm{i}.$$

La longueur du segment [BC] est égale à :

a. 6 cm ; **b.** 8 cm ; **c.** 9 cm ; **b.** 10 cm.

Fonctions

38. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Δ la droite d'équation $y = x$.

    Par ailleurs, pour $n \in \mathbb{N}$, on note $(\mathcal{C}_n)$ la courbe représentative de la fonction définie par :

$$x \longmapsto x^2 + nx + 1.$$

    Combien existe-t-il d'entier(s) naturel(s) n pour le(s)quel(s) $(\mathcal{C}_n)$ et Δ n'ont aucun point en commun ?

    a. 1 ; **b.** 2 ; **c.** 3 ; **d.** une infinité.

39. La limite, lorsque x tend vers 2 de $\dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x - 2}$ est égale à :

    a. 0 ; **b.** $+\infty$; **c.** 2 ; **d.** 3.

40. Le domaine de définition de la fonction f, définie par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{\ln\left(x - \sqrt{3}\right) + \ln\left(x + \sqrt{3}\right)}$$

    est :

    a. $\left]\sqrt{3}\ ;\ 2\right[\cup]2\ ;\ +\infty[$; **b.** $]0\ ;\ +\infty[$;

    c. $\left]-\infty\ ;\ \sqrt{3}\right[$; **d.** $\left]-\sqrt{3}\ ;\ 2\right[\cup]2\ ;\ +\infty[$.

41. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Γ la courbe représentative de la fonction définie par $x \mapsto \ln(x)$. L'ordonnée du point de Γ en lequel la tangente à Γ passe par l'origine du repère est égale à :

    a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** e ; **d.** -1.

42. Le domaine de définition de la fonction f, définie par :

$$f(x) = \ln\left(3x + 2x\mathrm{e}^{x} - x\mathrm{e}^{2x}\right)$$

    est :

    a. $]\ln 3\ ;\ +\infty[$; **b.** $]-\infty\ ;\ 0[\cup]\ln 3\ ;\ +\infty[$;

    c. $]0\ ;\ +\infty[$; **d.** $]0\ ;\ \ln 3[$.

43. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(\ln(\sqrt{x}))$. En notant f' la fonction dérivée de f, on peut affirmer que l'expression de $f'(x)$ est :

a. $\dfrac{1}{x\ln x}$; **b.** $\dfrac{1}{\ln\sqrt{x}}$;

c. $\dfrac{1}{x\ln\sqrt{x}}$; **d.** $\dfrac{1}{x\ln(\ln x)}$

44. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(x^2 - 9x - 22\right)$. La limite de $f(x)$, lorsque x tend vers 11 par valeurs supérieures, est égale à :

a. 0^+ ; **b.** 0^- ; **c.** $-\infty$; **d.** $+\infty$.

45. Dans l'ensemble des nombres réels, l'équation $\mathrm{e}^{2x} - 1 = 6\mathrm{e}^{-2x}$ admet :

a. aucune solution ;

b. une solution strictement supérieure à $\ln\left(\sqrt{2}\right)$;

c. une solution strictement inférieure à $\ln\left(\sqrt{2}\right)$;

d. deux solutions de signes contraires.

46. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x}$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f et Δ la droite d'équation $y = x$.

Combien $(\mathcal{C})$ possède-t-elle de tangente(s) parallèle(s) à Δ ?

a. 0 ; **a.** 1 ; **a.** 2 ; **a.** 4.

47. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{2x} - 3}{\mathrm{e}^{x} + 1}$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, combien la courbe représentative de f possède-t-elle de tangente(s) parallèle(s) à l'axe des abscisses ?

a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** 3.

48. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f, définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = \mathrm{e}^{x^2+x+1}$.

Combien $(\mathcal{C})$ possède-t-elle de tangente(s) passant par l'origine ?

a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** 4.

49. Soit u une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et à valeurs non nulles.

On définit f la fonction inverse de u par $f = \dfrac{1}{u}$. Sachant que l'équation de la tangente à la courbe représentative de u au point d'abscisse $x = -2$ est $y = 2x + 3$, on peut affirmer que $f'(-2)$ est égal à :

a. -2 ; **b.** -1 ; **c.** 1 ; **d.** 2.

50. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, on note f' sa fonction dérivée. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine. Sachant que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2\,019$, on peut affirmer que :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = 2\,019$; **b.** $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = -2\,019$;

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = 0$; **d.** $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = 1$

51. Quelle est la valeur du nombre réel a tel que $\displaystyle\int_0^a \left(\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x}\right)\,\mathrm{d}x = 6$?

a. $-\dfrac{1}{2} + \sqrt{6}$; **b.** $\ln\left(-\dfrac{1}{2} + \sqrt{6}\right)$;

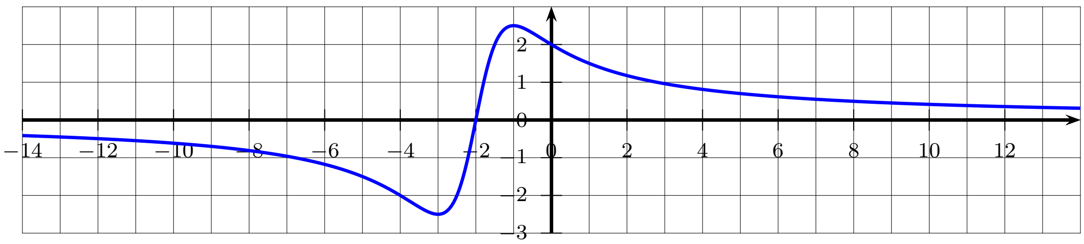
c. 3 ; **d.** $\ln 3$.

52. Dans cette question, a désigne un nombre réel et u et v désignent deux fonctions à valeurs strictement positives.

Sachant que $\displaystyle\int_a^{2\,019} \frac{u(x)}{2u(x) + 3v(x)}\,\mathrm{d}x = 1$ et que $\displaystyle\int_a^{2\,019} \frac{v(x)}{2u(x) + 3v(x)}\,\mathrm{d}x = 2$ on peut affirmer que :

a. $a = 2\,026$; **b.** $a = 2\,016$; **c.** $a = 2\,011$; **d.** $a = 2\,022$.

Pour les questions 36 à 50, on considère une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dont la représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé est donnée ci-après :



On donne de plus le tableau de variation de u :

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u(x)$	0	$\searrow$	$u(-3)$	$\nearrow$	$u(-1)$	$\searrow$	0

53. On peut affirmer que l'image de 8 par la fonction u est :

a. strictement supérieure à 5 ;

b. strictement inférieure à 5 ;

c. égale à 5 ;

d. aucune des trois affirmations précédentes n'est correcte.

54. La limite, lorsque x tend vers $+\infty$, de $u(x)$ est égale à :

a. $+\infty$; **b.** $-\infty$; **c.** 0 ; **d.** 1.

55. Combien la valeur 0 a-t-elle d'antécédent(s) par la fonction u ?

a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** une infinité.

56. Parmi les tableaux de signes suivants, lequel correspond à la fonction u ?

a.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

57. Parmi les tableaux de signe suivants, lequel correspond à la fonction u' ?

a.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$			1		3		$+\infty$
$u'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Pour les questions 41 à 45, on suppose que u est la fonction dérivée d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Par ailleurs, on suppose le plan muni d'un repère orthonormé et on note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f.

58. Sachant que $f(10) = 12$, on peut affirmer que :

a. $f(11) = 12$; **b.** $f(11) > 12$;

c. $f(11) < 12$; **d.** on ne peut rien affirmer concernant $f(11)$.

59. Combien $(\mathcal{C})$ possède-t-elle de tangente(s) horizontale(s) ?

a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** une infinité.

60. Sachant que $\displaystyle\int_{-1}^{2} u(x)\,\mathrm{d}x = \frac{15}{2}\ln 2$ et que $f(-1) = \frac{5}{2}\ln 2$ que vaut $f(2)$?

a. $-5\ln 2$; **b.** $10\ln 2$ **c.** $\dfrac{25}{2}\ln 2$ **d.** $-\dfrac{5}{2}\ln 2$

61. Parmi les tableaux de variation suivants, lequel correspond à la fonction f ?

a.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$f(-3)$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	

b.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$f(-3)$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	

c.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	

d.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$f(-2)$	$\nearrow$	

62. On dit qu'une fonction dérivable h est convexe (respectivement concave) sur un intervalle I si h' est croissante (respectivement décroissante) sur I.

   Si h est convexe sur $[a\ ;\ b]$ et concave sur $[b\ ;\ c]$ (avec $a < b < c$) ou si h est concave sur $[a\ ;\ b]$ et convexe sur $[b\ ;\ c]$, alors le point de la courbe représentative de h d'abscisse b est qualifié de point d'inflexion.

   Combien la courbe représentative de f possède-t-elle de points d'inflexion ?

   a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** 3.

Pour les questions **46** à **50**, on note g la fonction dérivée de u.

63. Sachant que $g(0) = -0,6$, on peut affirmer que :

   a. $g(14) = -0,6$; **b.** $g(1) > -0,6$;

   c. $g(1) < -0,6$; **d.** on ne peut rien affirmer concernant $g(1)$.

64. Parmi les tableaux de signe suivants, lequel correspond à la fonction g ?

a.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

c.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

d.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

65. On peut affirmer que :

a. $g(x)$ n'admet pas de limite lorsque x tend vers $+\infty$;

b. $g(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$;

c. $g(x)$ tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$;

d. $g(x)$ admet une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$.

66. $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$ est égale à :

a. -1 ; **b.** 1 ; **c.** 3 ; **d.** -2.

67. Soit G la primitive de g sur $\mathbb{R}$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$G(x) = \frac{5x+10}{x^2+4x+5} + 2\,019.$$

On a alors :

a. $u(x) = \dfrac{5(x+2)}{x^2+4x+5} + 2\,019$;

b. $u(x) = \dfrac{5(x+2)}{x^2+4x+5}$;

c. $u(x) = \dfrac{5(x^2+4x+5)-(5x+10)(2x+4)}{(x^2+4x+5)^2}$;

d. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Trigonométrie

68. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points du cercle trigonométrique A et B de coordonnées respectives : $\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\ ;\ \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$ et $\left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)\ ;\ \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right)$

Les coordonnées du milieu du segment [AB] sont :

a. nulles ; **b.** oppo- sées ; **c.** égales ; **d.** in- verses l'une de l'autre.

69. Parmi les formules suivantes une seule est correcte. Laquelle ?

a. $\cos(\cos(2a)) = \cos((\cos a)2)\sin\left((\sin a)^2\right) + \sin\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right)$;

b. $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right)\sin\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right)$;

c. $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right) + \sin\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right)$;

d. $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right) - \sin\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right)$.

70. Combien de solutions appartenant à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$ l'équation

$2(\sin x)^2 + 3\cos x = 3$ possède-t-elle ?

a. 0 ; **b.** 1 ; **c.** 2 ; **d.** 3.

5 Extrait de CONCOURS AVENIR - 8 MAI 2018

LOGIQUE

Pour les questions 5 à 8, on note P et Q deux propositions, elles peuvent être chacune et de faàÂ§on indépendante vraie ou fausse.

Question 5 : On note $P \wedge Q$ la conjonction des propositions P et Q, $P \wedge Q$ n'est vraie que lorsque P et Q sont vraies toutes les deux.

Laquelle des propositions suivantes est **fausse** ?

1. « $2^5 = 32$ » $\wedge$ « $\ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right) < 0$ »
2. « $\mathrm{e}^4 > 32$ » $\wedge$ « $|2 + \mathrm{i}| = 5$ »
3. « $\sqrt{7} < 3$ »$\wedge$ « $\mathrm{e}^{-3} > 0$ »
4. « $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ »$\wedge$ « $\frac{15}{9} > 1$ »

Question 6 : On note $P \vee Q$ la disjonction des propositions P et Q, $P \vee Q$ n'est fausse que lorsque P et Q sont fausses toutes les deux.

Laquelle des propositions suivantes est **fausse** ?

1. « $2^2 = 25$ » $\vee$ « $\ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right) < 0,4$ »
2. « $\mathrm{e}^4 > \mathrm{e}^2$ » $\vee$ « $(3 + \mathrm{i})^2 = 8 + 6v$ »
3. « $m < 3$ » $\vee$ « $e - 5 > 1$ »
4. « $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ » $\vee$ « $\sqrt{20} > 2\sqrt{5}$ »

Question 7 : On note $P \Rightarrow Q$ l'implication de Q par P, $P \Rightarrow Q$ est fausse si et seulement si P est vraie et Q est fausse.

Laquelle des propositions suivantes est **vraie** ?

1. « $2^3 = 8$ » $\Rightarrow$ « $\ln(3) < 0$ »
2. « $\mathrm{e}^4 > 1$ » $\Rightarrow$ « $7^2 < \mathrm{e}^2$ »
3. « $\sin \pi = 0$ » $\Rightarrow$« pour tout x réel non nul $\dfrac{1}{x} < x$ »
4. « $\mathrm{e}^4 < 0$ »$\Rightarrow$ ´ $3^2 = 9$«

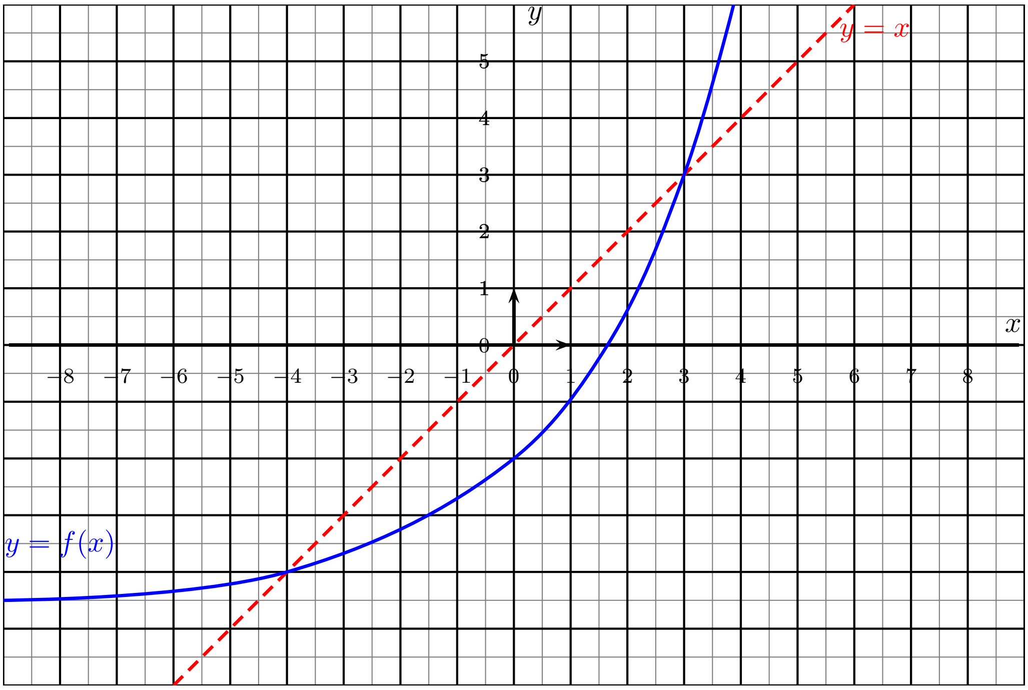
Question 8 : On note $P \iff Q$ l'équivalence entre les propositions P et Q, $P \iff Q$ n'est vraie que lorsque P et Q sont vraies toutes les deux ou fausses toutes les deux.

Laquelle des propositions suivantes est **fausse** ?

1. « $i^2 = 1$ » $\iff$ « $e < 1$ »
2. « $e^4 > 1$ » $\iff$ « le conjugué de $(2i + 3)$ est $3 - 2i$ »
3. « $e^5 = e$ » $\iff$ « $\ln(2) < 0$ »
4. « $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ » $\iff$ « $\frac{4}{7} > 2$ »

SUITES

Pour les questions 13 à 19, on considère la fonction f, définie, continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ représentée en trait plein ci-dessous. Sur le même graphique est représentée la droite d'équation réduite $y = x$ en traits pointillés. Pour tout $x \in [-4 ; 3]$, $f(x) \leqslant x$, sinon $f(x) > x$.



On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 & \in \mathbb{R} \\ u_{n+1} & = f(u_n) \text{ pour tout } n\ \mathbb{N} \end{cases}$$

Question 13 : Si $u_0 = 1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) =$

1. 3
2. -4
3. $+\infty$
4. $-\infty$

Question 14 : Si $u_0 = 4$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) =$

1. 3
2. -4
3. $+\infty$
4. $-\infty$

Question 15 : Si $u_0 = -6$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\mathrm{e}^{-2u_n}\right) =$

1. e^{-6}
2. e^{8}
3. $+\infty$
4. 0

Question 16 : Si $u_0 > 3$ alors la suite (v_n) définie par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ est :

1. strictement croissante.
2. strictement décroissante.
3. non monotone.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 17 : Si $u_0 < -4$ alors la suite (w_n) définie par $w_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ est :

1. strictement croissante.
2. strictement décroissante.
3. non monotone.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 18 : Laquelle des propositions suivantes est **vraie** ?

1. La suite (u_n) est toujours strictement croissante, quel que soit le choix de u_0.
2. La suite (u_n) est toujours strictement décroissante, quel que soit le choix de u_0.
3. Il est possible de choisir u_0 pour que $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = -\infty$
4. Il est possible de choisir u_0 pour que $\lim\limits_{n \to +\infty} (4 - 5u_n) = -\infty$.

Question 19 : Laquelle des propositions suivantes est **vraie** ?

1. Il est possible de choisir u_0 pour que la suite (u_n) soit arithmétique de raison strictement positive et convergente vers 3.

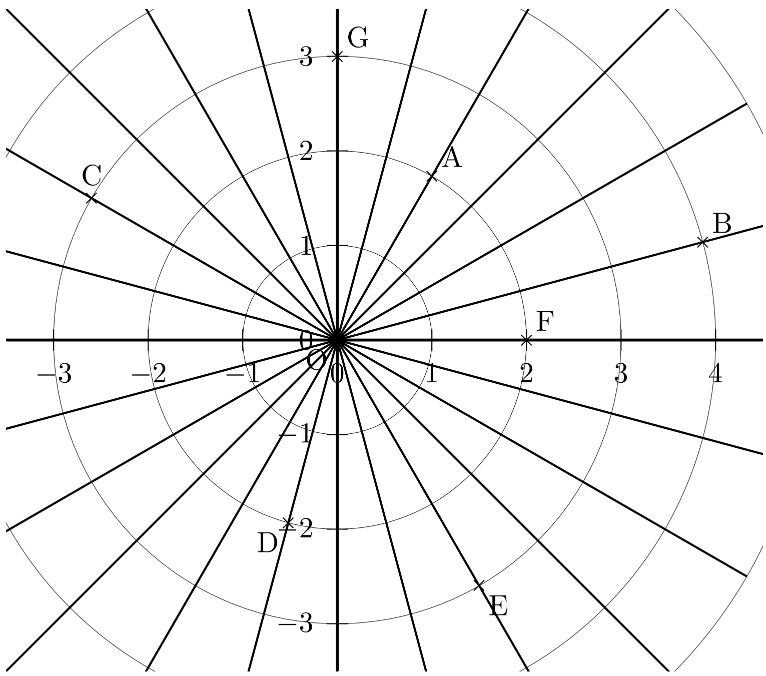
2. Il est possible de choisir u_0 pour que la suite (u_n) soit arithmétique de raison strictement négative.
3. Il est possible de choisir u_0 pour que la suite (u_n) soit géométrique de raison appartenant à $]-1\ ;\ 1[$.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

NOMBRES COMPLEXES

Pour les questions 20 à 26, on se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

On considère les points A, B, C, D, E, F, G et H d'affixes respectifs $z_{\mathrm{A}}, z_{\mathrm{B}}, z_{\mathrm{C}}, z_{\mathrm{D}}, z_{\mathrm{E}}, z_{\mathrm{F}}, z_{\mathrm{G}}$ et z_{H}.

Tous les points se trouvent exactement à l'intersection d'un cercle et d'un rayon. L'angle entre 2 rayons consécutifs est constant.



Question 20 : La valeur dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ de l'argument de z_{A} est :

1. $\dfrac{\pi}{6}$
2. $\dfrac{5\pi}{12}$
3. $\dfrac{\pi}{3}$
4. $\dfrac{3\pi}{12}$

Question 21 : La valeur dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ de l'argument de $z_{\mathrm{C}} \times z_{\mathrm{D}}$ est :

1. π
2. $\dfrac{3\pi}{12}$
3. $\dfrac{\pi}{2}$

4. $\dfrac{7\pi}{12}$

Question 22 : Le nombre complexe z_{E} est une racine de :

1. $z^2 - 3z - 7$
2. $z^2 - 3z + 1$
3. $z^2 - 3z - 4$
4. $z^2 - 3z + 9$

Question 23 : Le nombre complexe z_{B} est une solution de :

1. $z^2 = 8 + 8\sqrt{3}\mathrm{i}$
2. $z^2 = 8\sqrt{3} + 8\mathrm{i}$
3. $z^2 = 8 - 8\sqrt{3}\mathrm{i}$
4. $z^2 = 8\sqrt{3} - 8\mathrm{i}$

Question 24 : Le nombre complexe z_{F} est :

1. un nombre réel.
2. un nombre imaginaire pur.
3. un nombre complexe dont ni la partie réelle, ni la partie imaginaire ne sont nulles.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 25 : La valeur dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ de l'argument de $\dfrac{z_{\mathrm{C}} - z_{\mathrm{E}}}{z_{\mathrm{G}} - z_{\mathrm{E}}}$ est :

1. $\dfrac{\pi}{12}$
2. $\dfrac{\pi}{4}$
3. $\dfrac{\pi}{6}$
4. $\dfrac{\pi}{3}$

Question 26 : Laquelle des égalités suivantes est vraie ? .n

1. $z_{\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \times z_{\mathrm{F}}$
2. $z_{\mathrm{A}} = \dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times z_{\mathrm{G}}$
3. $z_{\mathrm{A}} = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times z_{\mathrm{B}}$
4. $z_{\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{11\pi}{12}} \times z_{\mathrm{D}}$

FONCTION EXPONENTIELLE

Question 27 : Pour tout nombre réel x, on a : $2 - \dfrac{e^x + 4}{e^x + 2} =$

1. $\dfrac{e^x + 8}{e^x + 2}$
2. $\dfrac{e^x - 2}{e^x + 2}$
3. $\dfrac{1}{1 + 2e^x}$
4. $\dfrac{1}{1 + 2e^{-x}}$

Question 28 : Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\dfrac{1}{e^{2x}} = e^{4-x}$ admet pour solution

1. $x = \dfrac{4}{3}$
2. $x = -\dfrac{4}{3}$
3. $x = -4$
4. $x = 4$

Question 29 : On considère la fonction f définie sur $]-2\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-3e^{-x}}{x+2}$. La fonction f est dérivable sur $]-2\ ;\ +\infty[$ et $f'(x) =$

1. $\dfrac{3(x+3)e^{-x}}{(x+2)^2}$
2. $\dfrac{3(x+1)e^{-x}}{(x+2)^2}$
3. $\dfrac{-3(x+3)e^{-x}}{(x+2)^2}$
4. $\dfrac{-3(x+1)e^{-x}}{(x+2)^2}$

Pour les questions 30 et 31, on considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ et $g(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

Question 30 : Pour tout nombre réel x, on a : $(f(x))^2 - (g(x))^2 =$

1. 1
2. e^x
3. -1
4. e^{-x}

Question 31 : Pour tous nombres réels x et y, on a : $f(x) \times f(y) + g(x) \times g(y) =$

1. $g(x+y)$
2. $g(x-y)$

3. $f(x+y)$

4. $f(x-y)$

TRIGONOMÉTRIE

Question 32 : Dans $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{2}\right[$, les solutions de l'équation $2(\cos(2x+1))^2 - 1 = 0$ sont :

1. $\dfrac{7\pi-4}{8}$ et $\dfrac{9\pi-4}{8}$
2. $\dfrac{3\pi-1}{2}$ et $\dfrac{5\pi-1}{2}$
3. $\dfrac{3\pi-4}{8}$ et $\dfrac{5\pi-4}{8}$
4. $\dfrac{3\pi-1}{4}$ et $\dfrac{5\pi-1}{4}$

Question 33 : Sur l'intervalle $\left[\dfrac{2\,017\pi}{2}\ ;\ \dfrac{2\,019\pi}{2}\right]$ la fonction sinus est :

1. décroissante puis croissante.

2. strictement décroissante.

3. strictement croissante.

4. croissante puis décroissante.

FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Pour les questions 34 à 40, on considère la fonction $g(x) = \ln\left(\dfrac{e^2}{f(x)}\right)$ où f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Variations de $f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$2e$	$\searrow$	3

Question 34 : $g(0) =$

1. 1

2. 2

3. e^2

4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 35 : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) =$

1. $-\infty$
2. $+\infty$
3. $\ln 2 - \ln 3$
4. $2 - \ln 3$

Question 36 : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) =$

1. $-\infty$
2. $+\infty$
3. $2 - \ln 3$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 37 : La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x)$ est donnée par :

1. $g'(x) = -\mathrm{e}^2 \times \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
2. $g'(x) = -\dfrac{f'(x)}{f(x)}$
3. $g'(x) = -\mathrm{e}^2 \times \dfrac{f'(x)}{(f(x))^2}$
4. $g'(x) = -\dfrac{f'(x)}{(f(x))^3}$

Question 38 : Dans le plan muni d'un repère, la courbe représentative de la fonction g

1. n'admet aucune asymptote.
2. admet exactement une asymptote horizontale ou verticale.
3. admet exactement deux asymptotes horizontales ou verticales.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 39 : L'équation $g(x) = -100$

1. n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$
2. admet exactement une solution dans $\mathbb{R}$
3. admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 40 : L'équation $g(x) = 3$

1. n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$
2. admet exactement une solution dans $\mathbb{R}$

3. admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

INTEGRATION

Question 41 : $\displaystyle\int_0^2 (3x-1)\,\mathrm{d}x =$

1. 4
2. 5
3. 6
4. 10

Question 42 : $\displaystyle\int_{-1}^1 \left(\frac{2x}{x^2+1}\right)\,\mathrm{d}x =$

1. 2
2. $\dfrac{1}{2}$
3. 0
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 43 : Pour $x \in \left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$, une primitive de $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ est

1. $-\ln[\cos(x)]$
2. $\ln[\cos(x)]$
3. $-\ln[\sin(x)]$
4. $\ln[\sin(x)]$

ALGORITHMIQUE

Pour les questions 51 à 54, on considère l'algorithme suivant :

Variables :

x, y, z : nombres

Traitement :

Saisir x, y et z

Affecter à z la valeur x

Affecter à x la valeur y

Affecter à y la valeur z

Afficher $x\ ;\ y$

Question 51 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $x = 2$, $y = 1$ et $z = 3$, on obtient comme affichage

1. 2 ; 3
2. 3 ; 2
3. 2 ; 1
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 52 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $x = 2$, $y = 1$ et $z = 3$, on obtient comme affichage

1. 2 ; -1
2. $-1\ ;\ 3$
3. $-1\ ;\ 3\ ;\ 3$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 53 : Avec quelles valeurs doit-on faire fonctionner l'algorithme si on désire afficher 3 ; 7 ?

1. $x = 2\ ;\ y = 3\ ;\ z = 7$
2. $x = 7\ ;\ y = 3\ ;\ z = 2$
3. $x = 3\ ;\ y = 2\ ;\ z = 7$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 54 : Parmi les algorithmes suivants, lequel est équivalent à l'algorithme utilisé pour les questions 51 à 53 ?

a.

Variables :

x, y, z : nombres

Traitement :

Saisir x, y et z

Afficher $x; y$

b.

Variables :

x, y, z : nombres

Traitement :

Saisir x, y et z

Afficher $y; z$

c.

Variables :

x, y, z : nombres

Traitement :

Saisir x, y et z

Afficher $x; y$

d.

Aucune des réponses précédentes n'est juste.

6 Extrait de CONCOURS AVENIR - 8 MAI 2017

Raisonnement

Pour les questions 1 à 5 on considère une opération notée $\oplus$ et définie par :

Pour tous réels a et b on a : $a \oplus b = a + 2 \times a \times b + b$, où $+$ et $\times$ désignent respectivement l'addition et la multiplication dans $\mathbb{R}$.

Question 1 : $(-2) \oplus \left(5 \oplus \dfrac{1}{2}\right) =$

1. $\dfrac{-59}{2}$
2. $\dfrac{109}{2}$
3. $\dfrac{-67}{2}$
4. $\dfrac{101}{2}$

Question 2 : Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle est vraie ?

1. Si $a > -1$ alors $a \oplus a \geqslant 0$
2. Si $a < -1$ alors $a \oplus a \geqslant 0$
3. Si $a < 0$ alors $a \oplus a \leqslant 0$
4. Si $a < 0$ alors $a \oplus a \geqslant 0$

Question 3 : On dit que l'opération $\oplus$ admet pour élément neutre le nombre réel noté n_e si pour tout réel a on a : $a \oplus n_e = n_e \oplus a = a$. Alors

1. $n_e = 0$
2. $n_e = 1$
3. $n_e = -1$
4. n_e est égal à une autre valeur que les trois proposées aux réponses précédentes

Question 4 : On dit qu'un nombre réel a admet pour symétrique pour l'opération $\oplus$ le nombre noté $\tilde{a}$ si $a \oplus \tilde{a} = \tilde{a} \oplus a = n_e$, où n_e est le nombre défini à la question 3. S'il existe, alors $\tilde{a} =$

1. $(-1) \times a$
2. $\dfrac{2a-1}{a}$
3. $\dfrac{-1}{a}$
4. $\dfrac{-a}{1+2a}$

Question 5 : Dans $\mathbb{R}$, l'équation $a \oplus 1 = a \times a$ admet

1. aucune solution
2. exactement une solution
3. exactement deux solutions
4. un nombre de solutions qui dépend de la valeur de a

Algorithmique

Pour les questions 6 à 9, on considère l'algorithme suivant :

Variables :

I , N , U : nombres

Traitement :

Saisir un entier N

Saisir un nombre U

Affecter à 1 la valeur 0

Tant que $I < N$ faire

Affecter à I la valeur $I + 1$

Affecter à U la valeur $U + \dfrac{1}{2}(I \times U)$

Fin du tant que

Afficher U

Question 6 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $N = 3$ et $U = 2$, on obtient comme affichage

1. 15
2. 4
3. 6
4. Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Question 7 : Si on désire remplacer la boucle « tant que » par une boucle « répéter » on doit écrire

1. Répéter

   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Jusqu'à $I < N$

2. Répéter   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Jusqu'à $I = N - 1$

3. Répéter

   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Jusqu'à $I > N$

4. Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Question 8 : Si on désire remplacer la boucle « tant que » par une boucle « pour » on doit écrire

1. Pour I allant de 0 à N par pas de 1

   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Fin du pour

2. Pour I allant de 0 à $N-1$ par pas de 1

   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Fin du pour

3. Pour I allant de 1 à N par pas de 1

   Affecter à I la valeur $I+1$

   Affecter à U la valeur $U + \frac{1}{2}(I \times U)$

   Fin du pour

4. Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Question 9 : La variable U contient les termes successifs de la suite (u_n) définie par

1. $\begin{cases} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & \dfrac{n \times u_n}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

2. $\begin{cases} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & u_n + \dfrac{n \times u_{n-1}}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

3. $\begin{cases} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & u_n + \dfrac{(n-1) \times u_{n-1}}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$
4. Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Question 10 : On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 & = & 5 \\ u_{n+1} & = & u_n + 4, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases},$$

alors $u_{23} =$

1. 119
2. 85
3. 97
4. 111

Nombres complexes

Question 15 : On considère le nombre complexe $z = 3\mathrm{i}$, alors $z^4 =$

1. $81\mathrm{i}$
2. -81
3. $-81\mathrm{i}$
4. 81

Question 16 : Les nombres réels a et b tels que pour tout $z \in \mathbb{C}$,

$z^3 + (2-\mathrm{i})z^2 + (1-2\mathrm{i})z - \mathrm{i} = (z-\mathrm{i})\left(z^2 + az + b\right)$ sont

1. $a = -2$ et $b = 1$
2. $a = -2$ et $b = -1$
3. $a = 2$ et $b = 1$
4. $a = 2$ et $b = -1$

Question 17 : $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{2}}\left(6\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 2\right)}{2\mathrm{i}} =$

1. -2

2. $2+\mathrm{i}$

3. 0

4. 2

Question 18 : On considère le nombre complexe $z = \dfrac{2+2\mathrm{i}}{\sqrt{3}+\mathrm{i}}$, alors un argument, à 2π près, de z est

1. $-\dfrac{\pi}{12}$
2. $\dfrac{\pi}{12}$
3. $\dfrac{5\pi}{12}$
4. $\dfrac{-5\pi}{12}$

Question 19 : On considère le nombre complexe $z = \sqrt{5}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$, alors un argument, à 2π près, de la moyenne arithmétique de z et de son conjugué est :

1. 0
2. $\dfrac{\pi}{2}$
3. π
4. $\dfrac{3\pi}{2}$

Question 20 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$, l'affixe du vecteur $\overrightarrow{w} = 5\overrightarrow{u} - 5\sqrt{3}\overrightarrow{v}$ est

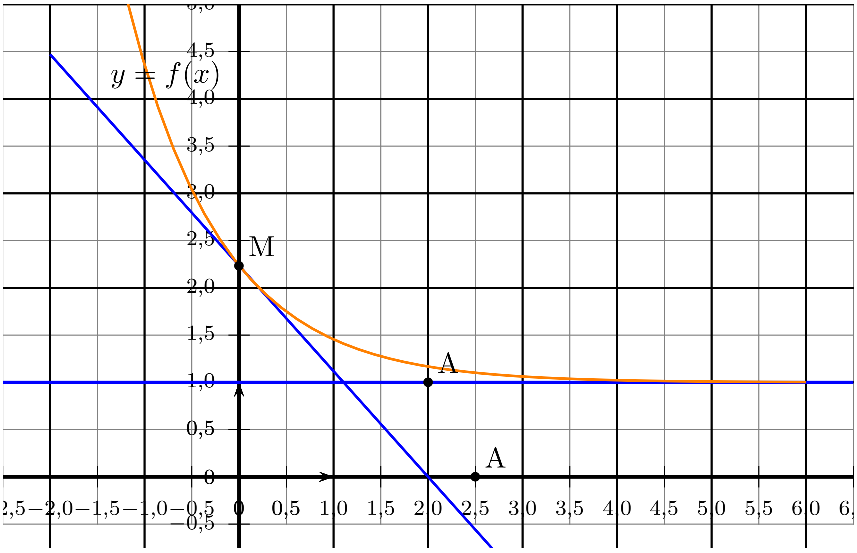
1. $10\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{3}}$
2. $5\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{i}\pi}{3}}$
3. $5\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{i}\pi}{3}}$
4. $10\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{i}\pi}{3}}$

Question 21 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$, les images des solutions de l'équation $z^4 = 6$ sont

1. les sommets d'un triangle équilatéral.
2. les sommets d'un carré.
3. les sommets d'un pentagone régulier.
4. les sommets d'un hexagone régulier.

Lecture graphique

Pour les questions 25 à 28, on se place dans le plan muni d'un repère orthonormé. On a tracé la courbe représentative d'une fonction f dérivable et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Le point M est le point de la courbe d'abscisse 0. La droite (MC) avec $C\left(\frac{5}{2}\ ;\ 0\right)$ est la tangente à la courbe au point d'abscisse 0. Le point M et le point $A(2\,;\,1)$ sont situés sur le même cercle dont le centre est l'origine du repère.



Question 25 : La courbe représentative de f admet

1. la droite d'équation $x = 1$ comme asymptote horizontale en $+\infty$.
2. la droite d'équation $y = 1$ comme asymptote horizontale en $+\infty$.
3. la droite d'équation $x = 1$ comme asymptote verticale en $+\infty$.
4. la droite d'équation $y = 1$ comme asymptote verticale en $+\infty$.

Question 26 : La valeur exacte de $f(0)$ est

1. $\dfrac{21}{10}$
2. e
3. $\sqrt{5}$
4. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

Question 27 : Un vecteur directeur de la droite (MC) est

1. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -\sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -\sqrt{5} \\ 2\sqrt{5} \end{pmatrix}$

3. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -5 \\ \\ -2\sqrt{5} \end{pmatrix}$

4. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -5 \\ \\ 2\sqrt{5} \end{pmatrix}$

Question 28 : La fonction représentée est $f(x) = \sqrt{1 + \alpha \mathrm{e}^{-x}} =$ avec $\alpha =$

1. $\sqrt{3}$
2. $\sqrt{5}$
3. 4
4. $\dfrac{3}{2}$

Trigonométrie

Pour les questions 29 à 31, on considère la fonction cotangente notée $\text{cotan}(x)$ et définie par $\text{cotan }(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

Question 29 : $\text{cotan}\left(\dfrac{\pi}{4}\right) =$

1. 1
2. 0
3. $\sqrt{2}$
4. $\sqrt{3}$

Question 30 : La fonction cotangente n'est pas définie si

1. $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, où k est un nombre entier relatif
2. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un nombre entier relatif
3. $x = 2k\pi$, où k est un nombre entier relatif
4. $x = k\pi$, où k est un nombre entier relatif

Question 31 : Pour tout x appartenant à son domaine de définition, la fonction cotangente est dérivable et admet pour fonction dérivée

1. $1 + (\text{cotan}(x))^2$
2. $\dfrac{1}{(\sin(x))^2}$

3. $\dfrac{-1}{(\sin(x))^2}$
4. $(\text{cotan}(x))^2 - 1$

Fonction exponentielle

Question 32 : $\dfrac{e^5 \times e^{-3}}{\left(e^3\right)^2} =$

1. e^{-3}
2. $e^{-\frac{15}{6}}$
3. e^{-4}
4. e^9

Question 33 : Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} + e^x - 2 = 0$ sont

1. -2 et 1
2. 0
3. e^{-2} et e^1
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 34 : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^{x^3 - 3x + 9}\right) =$

1. $+\infty$
2. 0
3. $e^{\sqrt{x^3}}$
4. e^3

Question 35 : Pour tout nombre réel non nul x, $\dfrac{e^x}{x^4} =$

1. $\dfrac{e^{4y}}{16y^4}$ avec $y = 4x$
2. $\dfrac{1}{256} \times \left(\dfrac{e^y}{y}\right)^4$, avec $x = 4y$
3. $\dfrac{e^{4y}}{16y^4}$ avec $x = 4y$
4. $\dfrac{1}{64} \times \left(\dfrac{e^y}{y}\right)^4$, avec $x = 4y$

Question 36 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$. par : $f(x) = \cos(3x)e^{-2x}$.

La fonction dérivée de f en $x \in \mathbb{R}$ est

1. $f'(x) = -\mathrm{e}^{-2x}(3\sin(3x) + 2\cos(3x))$
2. $f'(x) = -3\mathrm{e}^{-2x}(\sin(3x) + \cos(3x))$
3. $f'(x) = -Z\mathrm{e}^{-2x}(\sin(3x) + \cos(3x))$
4. $f'(x) = -\mathrm{e}^{-2x}(3\sin(3x) - 2\cos(3x))$

Question 37 : $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\mathrm{e}^{3x+2} - \mathrm{e}^2}{x}\right) =$

1. $+\infty$
2. 0
3. $\dfrac{\mathrm{e}^2}{3}$
4. e^2

Fonction logarithme népérien

Question 38 : Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(x+3) + \ln(x+2) = 0$ admet

1. aucune solution.
2. une solution.
3. deux solutions.
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 39 : $\ln\left(8\mathrm{e}^5\right) =$

1. $3\ln(2) + \mathrm{e}^5$
2. $3\ln(2) + 5\mathrm{e}$
3. $15\ln(2\mathrm{e})$
4. $5 + 3\ln(2)$

Question 40 : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln\left(\sqrt{1+3\mathrm{e}^x} + \mathrm{e}\right)$ est

1. strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
2. strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. croissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ puis décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
4. décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ puis croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

Question 41 : $\lim\limits_{x\to 2^+} \left(\dfrac{\ln(x-2)}{6-x-x^2}\right) =$

1. $-\infty$

2. 0
3. $+\infty$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 42 : $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1+\ln(x)}{4x} \right) =$

1. $-\infty$
2. 0
3. $+\infty$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 43 : Pour tout $x > 0$, l'équation $\dfrac{\ln(x+2)+3}{x} = 5$ est équivalente à

1. $x = \dfrac{\mathrm{e}^{5x+3}}{2}$
2. $x = \mathrm{e}^{5x-5}$
3. $x = \mathrm{e}^{5x-3} - 2$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 44 : Soit n un nombre entier naturel, l'inéquation $5 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n \geqslant 3$ est équivalente à

1. $n \leqslant \dfrac{\ln(3)-\ln(5)}{\ln(3)-\ln(4)}$
2. $n \geqslant \dfrac{\ln(2)}{\ln(3)-2\ln(2)}$
3. $n \geqslant \dfrac{\ln(2)}{\ln(4)-\ln(3)}$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Intégration

Question 45 : On se place dans le plan muni d'un repère et on considère la fonction f positive de courbe représentative $\mathcal{C}$, alors pour a et b réels tels que $a \leqslant b$, $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ est

1. l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, C, les droites d'équations $y = a$ et $y = b$.
2. l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, C, les droites d'équations $x = a$ et $y = b$.
3. l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, C, les droites d'équations $y = a$ et $x = b$.
4. l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, C, les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.

Question 46 : $\displaystyle\int_0^2 (3\mathrm{e}^x)\,\mathrm{d}x =$

1. $3\left(\mathrm{e}^2-1\right)$
2. $\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{3}$
3. $3\left(\mathrm{e}^2+1\right)$
4. $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{3}$

Question 47 : Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$, alors $\displaystyle\int_3^7 (2f(x)+5)\,\mathrm{d}x =$

1. $2\displaystyle\int_3^7 f(x)\,\mathrm{d}x+5$
2. $2\displaystyle\int_3^7 f(x)\,\mathrm{d}x+10$
3. $2\displaystyle\int_3^7 f(x)\,\mathrm{d}x+40$
4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Question 48 : $\displaystyle\int_0^2 \left(\mathrm{e}^{3x}\right)\,\mathrm{d}x =$

1. $3\left(\mathrm{e}^6-1\right)$ e6-1
2. $\dfrac{\mathrm{e}^6-1}{3}$
3. $3\left(\mathrm{e}^6+1\right)$
4. $\dfrac{\mathrm{e}^6+1}{3}$