

Exercice 1

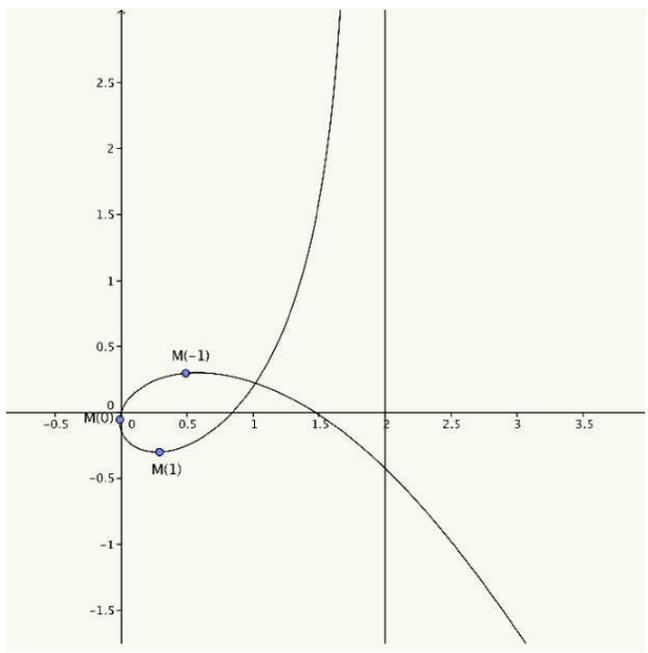
Soit $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^2$ un arc paramétré de classe C^1 , dont le tableau de variations des fonctions coordonnées est :

t	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x'(t)$	0	+	+	+
$x(t)$	1	$+\infty$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$
$y'(t)$	0	+	+	0
$y(t)$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$
$y'(t)$	0	+	+	0
				-

Que peut-on dire, à la lecture de ce tableau, des points stationnaires? des tangentes parallèles aux axes? des branches infinies? Tracer une courbe paramétrée qui peut correspondre à ce tableau de variations.

Exercice 2

Donner le tableau de variations de l'arc paramétré représenté ci-dessous et défini sur \mathbb{R} .



Exercice 3

Étudier et tracer la courbe de Lissajous $t \mapsto (\sin(2t), \cos(3t))$.

Exercice 4

On considère la courbe paramétrée (Folium de Descartes) $t \mapsto \left(\frac{t}{1+t^3}, \frac{t^2}{1+t^3} \right)$.

1. Que déduit-on du changement de variables $t \mapsto 1/t$? Sur quel intervalle peut-on réduire l'étude?
2. Construire la courbe. On étudiera ses branches infinies, et on précisera la position de la courbe par rapport à sa ou ses asymptotes.

Exercice 5

Étudier la courbe plane paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{t} \\ y(t) = \frac{t^3 + 2}{t} \end{cases}$$

Exercice 6

Étudier la courbe plane paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = \frac{3t}{t^3 + 1} \\ y(t) = \frac{3t^2}{t^3 + 1} \end{cases}$$

Exercice 7

Étudier la courbe plane paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{1 - t^2} \\ y(t) = \frac{t^3}{1 - t^2} \end{cases}$$

Exercice 8

Soit \mathcal{C} la courbe plane paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = t \ln t \\ y(t) = \frac{\ln t}{t} \end{cases} \quad (t \in]0; +\infty[)$$

1. Comparer les points de paramètres t et $1/t$, en déduire un domaine d'étude de \mathcal{C} .
2. Représenter \mathcal{C} .

Exercice 9

Étudier les branches infinies de la courbe paramétrée $t \mapsto \left(\frac{t^3}{t^2 - 9}, \frac{t(t-2)}{t-3} \right)$.

Exercice 10

Tracer la courbe paramétrée d'équation $t \mapsto (\cos^3 t, \sin^3 t)$.

La courbe s'appelle un Astroïde

Exercice 11

On considère la courbe paramétrée (Lemniscate de Bernoulli)

$$t \mapsto \left(\frac{t}{1 + t^4}, \frac{t^3}{1 + t^4} \right).$$

1. Que déduit-on du changement de variables $t \mapsto 1/t$? Sur quel intervalle peut-on réduire l'étude?
2. Construire la courbe.

Exercice 12

Étudier et tracer la courbe paramétrée $t \mapsto (2 \cos t - \cos 2t, 2 \sin t - \sin 2t)$.

La courbe s'appelle un Cardioïde