

S9 - AUTOMATISMES ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Fascicule 3

Logique combinatoire

S93

	ab	00	01	11	10
0		0	0	1	1
1		0	0	1	0

(L)

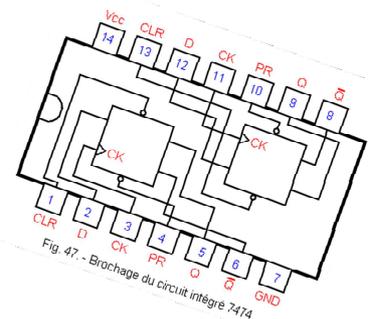
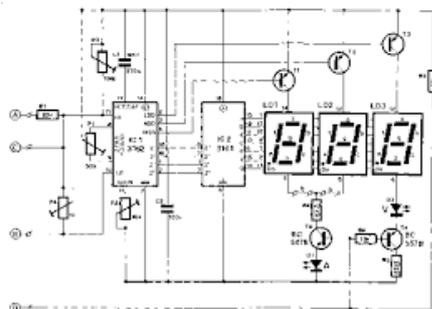
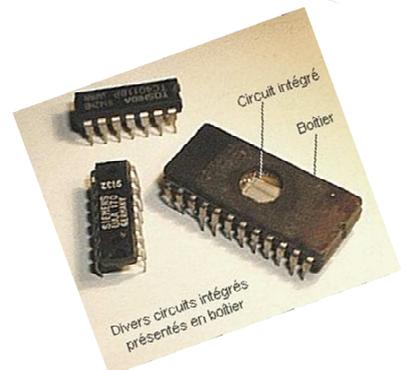
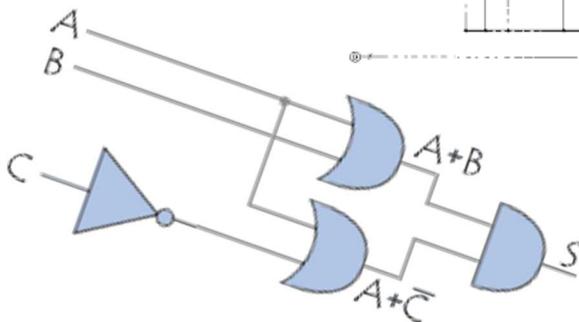


Fig. 47 - Brochage du circuit intégré 7474.



1) Définition de la logique combinatoire

Les parties commandes d'un système automatisé fonctionnent souvent à partir de signaux « tout ou rien ». Les ordres et informations sont donnés sous formes de variables binaires. Ce traitement des données définit la logique combinatoire.

Les types de logique séquentielle et combinatoire présentent deux caractéristiques distinctes :

- Logique séquentielle : l'état de la sortie dépend de la chronologie des événements précédents
- Logique combinatoire : l'état de la sortie dépend de la combinaison des variables d'entrée

2) Les fonctions logiques

2-1) Conventions et définitions :

Les contacts :

Lorsque l'on parle d'un contact "c" par exemple, il peut être de deux types :

- Contact à fermeture (normalement ouvert) :

Principe : lorsqu'il est actionné, il ferme le circuit.

C'est par exemple l'interrupteur d'une sonnerie de porte

Symbole du contact à fermeture



Symbole d'un bouton poussoir (BP)

- Contact à ouverture (normalement fermé) :

Principe : lorsqu'il est actionné, il ouvre le circuit.

C'est par exemple l'interrupteur de la lumière du réfrigérateur actionné par la fermeture de la porte

Symbole du contact à fermeture



Symbole d'un bouton poussoir (BP)

Etat d'un contact :

Un contact est à l'état 0 lorsqu'il **n'est pas actionné**

Un contact est à l'état 1 lorsqu'il **est actionné**

Etat d'un récepteur :

Un récepteur est à l'état 0 lorsqu'il **n'est pas alimenté**

Un récepteur est à l'état 1 lorsqu'il **est alimenté**

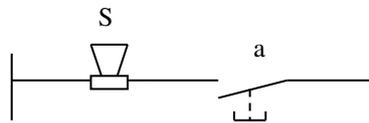
Il faut donc savoir quel type de contact est utilisé pour déduire l'état du récepteur :

Exemples :

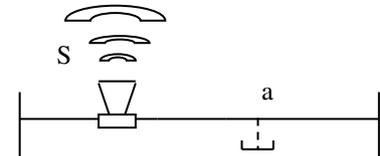
Interrupteur de sonnerie :

Contact : contact à fermeture (normalement ouvert) "a"

Récepteur : sonnerie S



Etat repos (non actionné)
 $a = 0$
 pas de sonnerie : $S = 0$

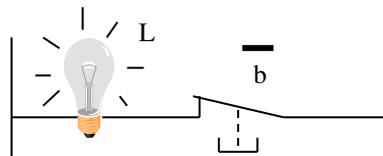


Etat actionné
 $a = 1$
 sonnerie : $S = 1$

Interrupteur de réfrigérateur :

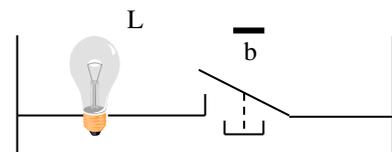
Contact : contact à ouverture (normalement fermé) " \overline{b} "

Récepteur : lampe L



Schéma

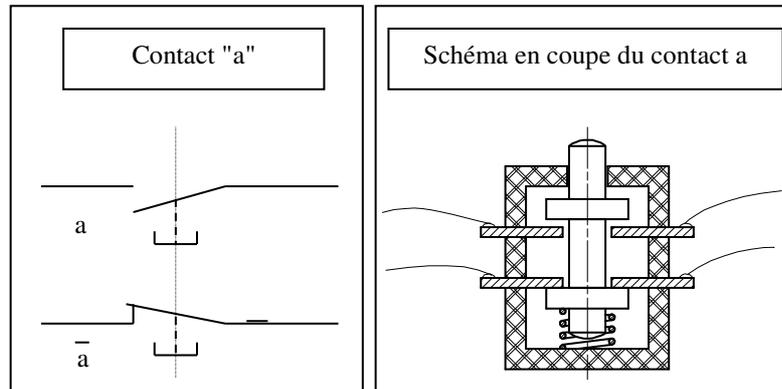
Etat repos (non actionné)
 $\overline{b} = 0$
 lampe allumée : $L = 1$



Etat actionné
 $\overline{b} = 1$
 lampe éteinte : $L = 0$

Dans les schémas électriques, lorsque l'on désigne un interrupteur a, il comprend généralement les contacts à ouverture et à fermeture qui sont alors actionnés simultanément.

Chaque contact est alors utilisé en fonction des besoins de l'installation
Le contact à ouverture est alors appelé \overline{a} (prononcé a barre)



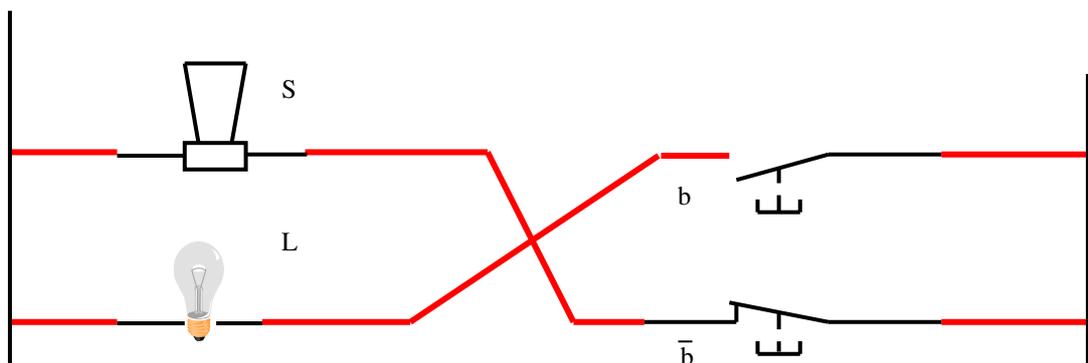
Exemple :

Une lumière est allumée et un buzzer retentit pour signaler une autorisation d'entrée ou non dans un bureau d'une administration

- si la lumière est allumée : entrée interdite
- si la lumière s'éteint et que le buzzer retentit : entrée autorisée

Je veux donner l'autorisation d'entrée (buzzer + lumière éteinte) en ouvrant la porte. Quand la porte se ferme (action sur le bouton poussoir b), la lumière s'allume (entretien avec une personne) et le buzzer se tait.

Compléter le câblage correspondant et le tableau sur l'état des capteurs :

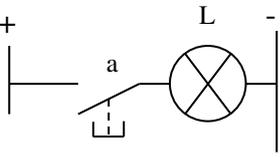
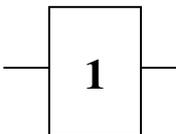
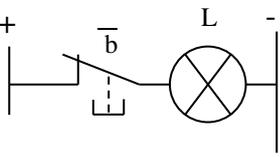
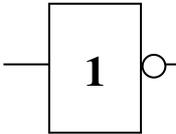
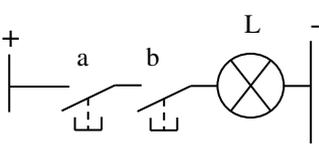
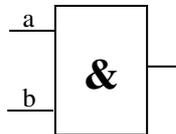
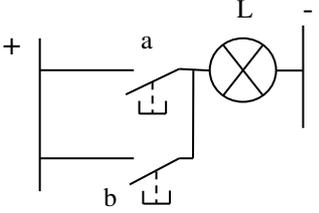
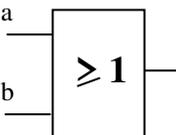


b	L	S
0	0	1
1	1	0

2-2) Les fonctions logiques de base

Elles seront toutes décrites avec :

- une équation logique : permet d'effectuer du calcul logique
- un schéma électrique (symbole électrique)
- un symbole logique
- une table de vérité : représente l'état des récepteurs en fonction de l'état des "contacts"

Fonction	Equation logique	Schéma électrique	Schéma logique	Table de vérité															
OUI	$L = a$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	L	0	0	1	1									
a	L																		
0	0																		
1	1																		
La lampe L, montée en série avec le contact a, s'allume quand a est actionné																			
NON	$L = \bar{b}$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	b	L	0	1	1	0									
b	L																		
0	1																		
1	0																		
La lampe L, montée en série avec le contact \bar{b} , s'éteint quand b est actionné																			
ET	$L = a \cdot b$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	L	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
a	b	L																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
La lampe L s'allume si et seulement si l'on actionne simultanément a et b																			
OU	$L = a + b$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	L	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
a	b	L																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
La lampe L s'allume si l'on actionne a ou b ou les deux en même temps																			

3) Règles d'algèbre binaire :

Elles servent à simplifier les équations logiques.

3-1) Commutativité : $a \cdot b = b \cdot a$ $a + b = b + a$

3-2) Associativité : $a + b + c = (a + b) + c = (a + c) + b = a + (b + c)$
 $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot b$

3-3) Distributivité de ET par rapport à OU et de OU par rapport à ET

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

3-4) Relations particulières :

Relation	Schéma électrique
$a \cdot 0 = 0$	
$a \cdot 1 = a$	
$a \cdot a = a$	
$\bar{a} \cdot a = 0$	

Relation	Schéma électrique
$a + 0 = a$	
$a + 1 = 1$	
$a + a = a$	
$\bar{a} + a = 1$	

Applications :

a) Simplifier l'équation : $M = (a + b) \cdot (c + \bar{a}) + \bar{b} \cdot \bar{a}$

$$M = (a + b)c + (a + b)\bar{a} + \bar{b} \cdot \bar{a}$$

$$M = ac + bc + a\bar{a} + \bar{a}b + \bar{b} \cdot \bar{a}$$

$$M = ac + bc + \bar{a}b + \bar{b} \cdot \bar{a}$$

$$M = ac + bc + \bar{a}(b + \bar{b})$$

$$M = ac + bc + \bar{a}$$

$$M = \bar{a} + ac + bc$$

$$M = (\bar{a} + a) \cdot (\bar{a} + c) + bc$$

$$M = \bar{a} + c + bc$$

$$M = \bar{a} + c(1 + b) = \bar{a} + c$$

3-5) Fonction complément :

On nomme fonction complément, toute fonction qui est toujours égale au contraire de la variable dont elle dépend.

C'est la notion de "variable barre". Ainsi $x^{\bar{}}$ est le complément de x .

Remarque : d'après la définition, $x^{\bar{\bar{}}} = x$

La table des valeurs est bien évidemment la suivante :

x	\bar{x}	$\bar{\bar{x}}$
0	1	0
1	0	1

4) Théorèmes de De Morgan

- Le complément d'une somme logique est égal au produit logique des termes complémentés de cette somme :

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

- le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des produits complémentés de ce produit :

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

Ces deux théorèmes s'appliquent quel que soit le nombre de termes de la somme ou du produit

Exercice : simplifier l'équation $X = \overline{(c + \bar{d})} \cdot (d + c)$

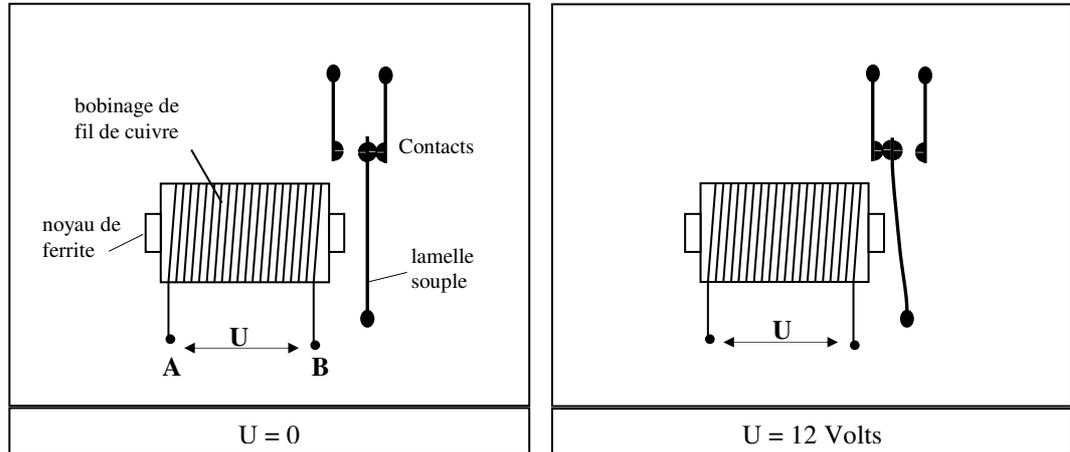
$$\begin{aligned} X &= (\bar{c} \cdot d) \cdot (d + c) \\ X &= \bar{c}dd + c\bar{c}d = \bar{c}d \end{aligned}$$

5) Fonctions complémentaires :

5-1) Le relais :

Le relais est un appareil électrique qui permet de commander un contact

Schéma explicatif :



Une bobine (noyau de ferrite entouré d'un bobinage de fil de cuivre) peut être alimentée en courant électrique aux bornes A et B.

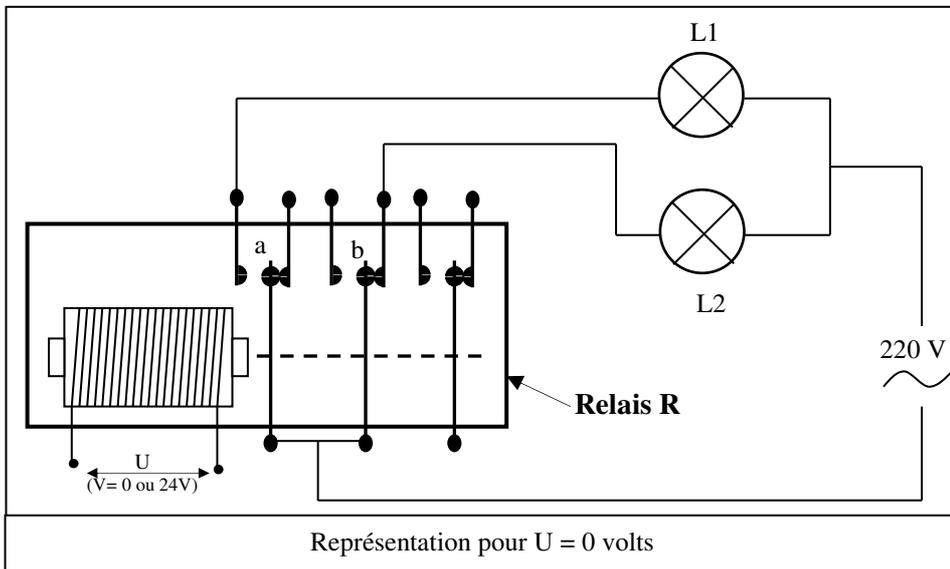
Une lamelle souple sera alors attirée ou non par le champ magnétique généré selon l'état de la bobine.

Selon la position adoptée par cette lamelle souple, des contacts seront fermés ou ouverts.

Remarques :

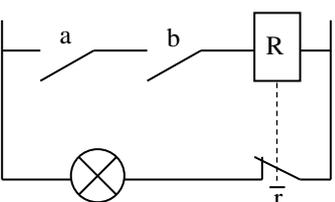
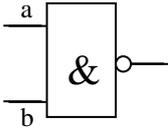
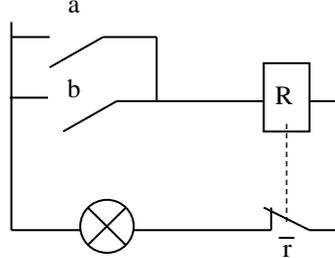
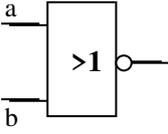
- On peut mettre plusieurs contacts commandés par la même bobine
- La bobine peut être commandée en faible tension, les contacts peuvent laisser passer des tensions importantes.

Application : Compléter la table de vérité du schéma ci-dessous :



R	a	b	L1	L2
0	0	0	0	1
1	1	1	1	0

5-2) Les fonctions :

Fonction	Equation logique	Schéma électrique	Schéma logique	Table de vérité															
NON ET NAND	$L = \overline{a \cdot b}$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	L	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
a	b	L																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
NON OU NOR	$L = \overline{a + b}$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	L	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
a	b	L																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	0																	

Exercice : Schématisez électriquement l'équation ci dessous :

- sans utiliser de relais
- en utilisant un relais

$$L = \overline{(a + b)} \cdot c$$